KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN ANAK USIA DINI,
PENDIDIKAN DASAR DAN PENDIDIKAN MENENGAH
DIREKTORAT SEKOLAH MENENGAH ATAS
2020

Modul Pembelajaran SMA

Matematika Peminatan

Fungsi Eksponen dan Logaritma

KELAS
X

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI i

PENYUSUN: iii

PETA MATERI iv

GLOSARIUM v

PENDAHULUAN 6

A. IDENTITAS MODUL 6

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR 6

C. DESKRIPSI SINGKAT MATERI 6

D. PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL 8

PEMBELAJARAN 9

A. KEGIATAN PEMBELAJARAN I 9

1. Tujuan Pembelajaran 9

2. Uraian Materi 9

3. Rangkuman 16

4. Latihan Pembelajaran I 17

5. Penilaian Diri 18

6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut 18

B. KEGIATAN PEMBELAJARAN II 19

1. Tujuan Pembelajaran 19

2. Uraian Materi 19

3. Rangkuman 24

4. Latihan Pembelajaran II. 24

5. Penilaian Diri 24

6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut 25

C. KEGIATAN PEMBELAJARAN III 26

1. Tujuan Pembelajaran 26

2. Uraian Materi....26
3. Rangkuman....33
4. Latihan Pembelajaran III....34
Selesaikan soal latihan berikut:....34
5. Penilaian Diri....34
6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut....34
E. KEGIATAN PEMBELAJARAN IV....36
1. Tujuan Pembelajaran....36
2. Uraian Materi....36
3. Rangkuman....38
4. Latihan Pembelajaran IV....38
5. Penilaian Diri....39
6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut....39
b. UJI KOMPETENSI....40
Tes Akhir Modul....40
KUNCI JAWABAN DAN RUBRIK PENILAIAN LATIHAN PEMBELAJARAN I....42
KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN II....44
KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN III....45
KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN IV....47
KUNCI JAWABAN UJI KOMPETENSI.....50
DAFTAR PUSTAKA....53
LAMPIRAN (daftar tabel, gambar)....53

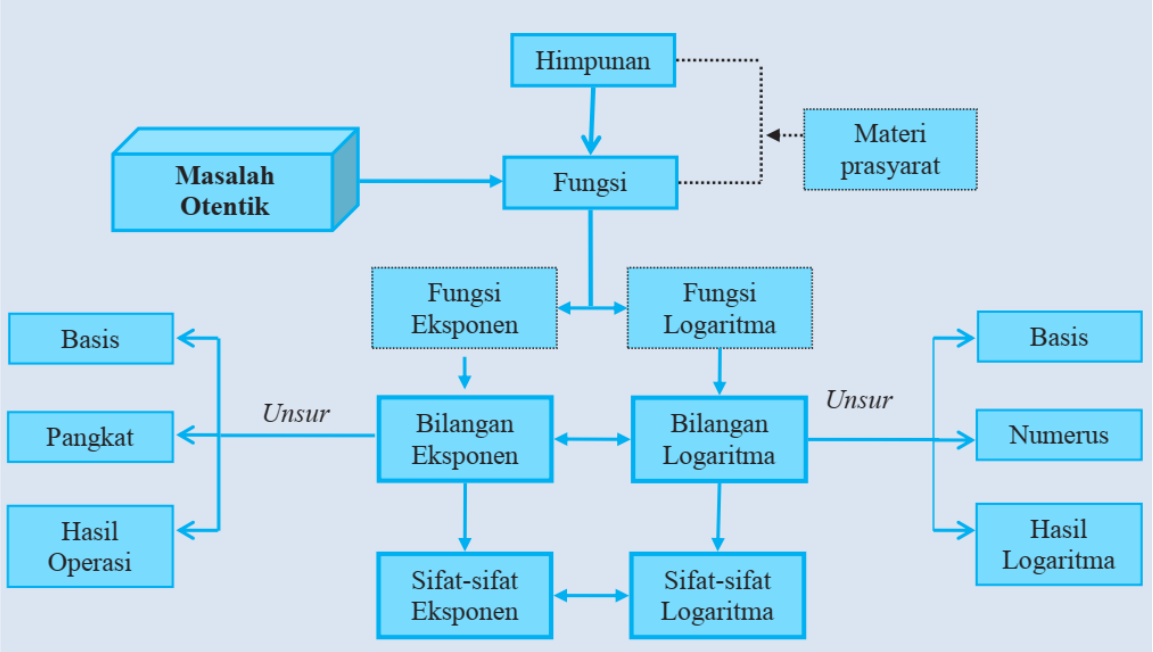
PENYUSUN:

Nama : Entis Sutisna, S.Pd.

Unit Kerja : SMA Negeri 4 Tangerang

Email : tisna162@gmail.com

PETA MATERI



Gambar 1. Peta Materi

GLOSARIUM

ISTILAH	KETERANGAN
Basis	bilangan pokok.
Domain	Semua nilai yang membuat fungsi terdefinisi
Eksponen	Pangkat. Angka atau variabel yang ditulis di sebelah kanan atas angka lain (variabel) yang menunjukkan pangkat.
Eksponensial	Bersifat atau berhubungan dengan eksponen
Himpunan penyelesaian	himpunan semua penyelesaian suatu persamaan, sistem persamaan, dan pertidaksamaan.
Logaritma	Eksponen pangkat yang diperlukan untuk memangkatkan bilangan dasar supaya mendapatkan bilangan tertentu (jika bilangan dasarnya 10, maka log 100 = 2, artinya 10 pangkat 2 = 100).
Persamaan	kalimat terbuka yang menyatakan hubungan "sama dengan".
Pertidaksamaan	kalimat terbuka yang menggunakan tanda ketidaksamaan
Range	Semua nilai y atau f(x) dari suatu fungsi
Subtitusi	penggantian.
Variabel	Peubah

PENDAHULUAN

A. IDENTITAS MODUL

Mata Pelajaran : Matematika Peminatan
Judul : Fungsi Eksponen dan Fungsi Logaritma
Kelas : X
Semester : Gasal

B. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR

Kompetensi Dasar:

3.1 Mendeskripsikan dan menentukan penyelesaian fungsi eksponensial dan fungsi logaritma menggunakan masalah kontekstual, serta keberkaitannya

4.1 Menyajikan dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponensial dan fungsi logaritma

Indikator:

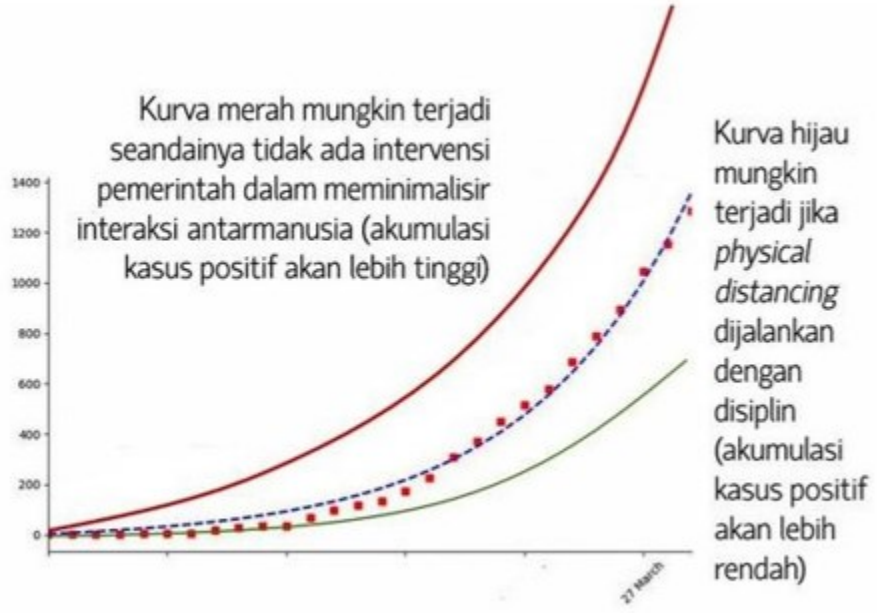
3.1.1 Mendeskripsikan fungsi eksponen
3.1.2 Menentukan penyelesaian fungsi eksponen
3.1.3 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponen
3.1.4 Mendeskripsikan fungsi logaritma
3.1.5 Menentukan penyelesaian fungsi logaritma
3.1.6 Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan logaritma
4.1.1 Menyajikan fungsi eksponensial
4.1.2 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponen
4.1.3 Menyajikan fungsi logaritma
4.1.4 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma

C. DESKRIPSI SINGKAT MATERI

Salam jumpa melalui pembelajaran matematika dengan materi Eksponen dan Logaritma. Modul ini disusun sebagai satu alternatif sumber bahan ajar siswa untuk memahami materi Eksponen dan Logaritma di kelas X peminatan. Topik ini terbagi dalam dua materi yaitu: (1) Eksponen dan (2) Logaritma. Materi Eksponen dan Logaritma membahas tentang pengertian Eksponen, Logaritma, dan aplikasinya dalam kehidupan nyata. Untuk materi Eksponen akan dibahas konsep eksponen, fungsi eksponen, sifat-sifat operasi eksponen dan aplikasinya dalam kehidupan nyata. Sementara itu, untuk materi logaritma akan dibahas konsep logaritma, operasi logaritma, cara menentukan nilai logaritma, sifat-sifat operasi logaritma dan aplikasinya dalam kehidupan nyata.

Materi ini dapat Kalian terapkan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dalam bidang kesehatan, ekonomi, fisika, kimia, biologi, teknik dll. Sebagai contoh, setelah menyaksikan penyebaran virus Corona sangat cepat dan meluas di berbagai Negara, maka WHO menetapkan kasus Corona yang menyebabkan Covid-19 sebagai pandemi.

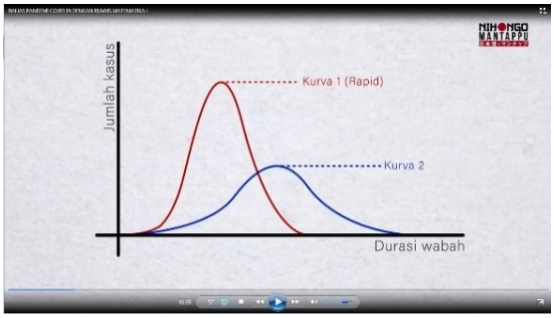
Penyebaran virus corona kalau tidak segera diantisipasi dengan baik, seperti *Distancing Social*, Bekerja dan Belajar di Rumah, membiasakan untuk selalu mencuci tangan dan menggunakan masker, menutup tempat hiburan, pasar dan tempat keramaian lainnya akan mengakibat jumlah orang yang tertular akan melonjak mengikuti grafik fungsi eksponen. Simulasi oleh peneliti dari alumni jurusan matematika UI jumlah orang-orang yang tertular jika pemerintah tidak melakukan intervensi dalam meminimalisir interaksi antar manusia akan tampak seperti grafik fungsi eksponen berikut:



Gambar 2.

Sumber: https://www.liputan6.com/tekno/read/4215379/alumni-matematika-ui-buat-simulasi-3-skenario-pandemi-covid-19-di-indonesia

Bahaya Covid-19 jika kita mengabaikan *Distancing Social* dapat dijelaskan dengan fungsi ekponen seperti pada video ini:



Sumber:

https://www.youtube.com/watch?time_continue=309&v=e4K65J7wILE&feature=emb_logo

D. PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

Supaya anda berhasil mencapai kompetensi dalam mempelajari modul ini maka ikuti petunjuk-petunjuk berikut:

a. Petunjuk Umum:

1) Bacalah modul ini secara berurutan dan pahami isinya.
2) Pelajari contoh-contoh penyelesaian permasalahan dengan seksama dengan pemahaman atau bukan dihafalkan.
3) Laksanakan semua tugas-tugas yang ada dalam modul ini agar kompetensi anda berkembang sesuai kompetensi yang diharapkan
4) Setiap mempelajari materi, anda harus mulai dari menguasai pengetahuan pendukung (uraian materi) melaksanakan tugas-tugas, mengerjakan lembar latihan
5) Dalam mengerjakan lembar latihan, anda jangan melihat kunci jawaban terlebih dahulu sebelum anda menyelesaikan lembar latihan
6) Laksanakan lembar kerja untuk pembentukan keterampilan sampai anda benar-benar terampil sesuai kompetensi.
7) Konsultasikan dengan guru apabila anda mendapat kesulitan dalam mempelajari modul ini.

b. Petunjuk Khusus

1. Dalam kegiatan Pembelajaran 1 kalian akan mempelajari bagaimana memahami konsep dan menyelesaikan masalah eksponen, menggunakan dan menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan eksponen. Pada kegiatan pembelajaran 2 kalian akan mempelajari bagaimana memahami konsep dan menyelesaikan masalah logaritma, menggunakan dan menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan logaritma.
2. Perhatikan gambar gambar dan uraian dengan seksama agar dapat memahami, menentukan dan menggeneralisasikan rasio perbandingan trigonometri untuk sudut-sudut diberbagai kuadran dan sudut berelasi serta mampu menerapkan dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan hal tersebut.
3. Pahamilah contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Kerjakanlah soal uji kompetensi dengan cermat agar kalian bisa lebih paham dan terampil.

PEMBELAJARAN

A. KEGIATAN PEMBELAJARAN I

1. Tujuan Pembelajaran

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- Menjelaskan konsep fungsi eksponen
- Mengidentifikasi sifat-sifat fungsi eksponen
- Mendeskripsikan fungsi eksponen

2. Uraian Materi

Fungsi Eksponen.

Untuk menyegarkan kembali ingatan Kalian, cobalah Kalian jawab soal bilangan berpangkat yang sudah dipelajari waktu SMP sebagai berikut :

1. $2^3 \times 32 = \ldots$

   Jawab:

   $2^3 \times 2^5 = (\ldots \times \ldots \times \ldots) \times (\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots)$

   $= \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots$

   $= 2^{\cdots}$

   $= 2^{\cdots + \cdots}$

   $$a^m \times a^n = a^{\cdots + \cdots}$$

2. $7^6 : 49 = \ldots$

   Jawab:

   $7^6 : 7^2 = \dfrac{7^6}{7^{\cdots}}$

   $= \dfrac{(\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots)}{(\ldots \times \ldots)}$

   $= \dfrac{(\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots \cancel{\times \ldots \times \ldots})}{\cancel{(\ldots \times \ldots)}}$

   $= 7^{\cdots}$

   $$a^m : a^n = \frac{a^m}{a} = a^{\cdots - \cdots}$$

3. $(2^3)^4$ = ...

Jawab:

$(2^3)^4$ = $(2^3) \times (\ldots^3) \times (2\cdots) \times (\ldots\cdots)$

= $(2^3 \times 2^3 \times 2^3) \times (\ldots\times\ldots\times\ldots) \times (\ldots\times\ldots\times\ldots) \times (\ldots\times\ldots\times\ldots)$

= $(\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots\times\ldots)$

= $2^{\ldots}$

= $2^{\ldots\times\ldots}$

$$(a^m)^n = a^{\ldots\times\ldots}$$

4. $(3 \times 5)^3$ = . . .

Jawab:

$(3 \times 5)^3 = (\ldots\times\ldots) \times (\ldots\times\ldots) \times (\ldots\times\ldots)$

= $(3 \times\ldots\times\ldots) \times (5 \times\ldots \times \ldots)$

= $\ldots^{\ldots}\times\ldots^{\ldots}$

$$(a \times b)^n = a^{\ldots} \times b^{\ldots}$$

5. $\left(\frac{3}{7}\right)^4$ = ...

Jawab:

$\left(\frac{3}{7}\right)^4 = \left(\frac{3}{7}\right) \times \left(\frac{\ldots}{\ldots}\right) \times \left(\frac{\ldots}{\ldots}\right) \times \left(\frac{\ldots}{\ldots}\right)$

= $\left(\frac{\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots}{\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots}\right)$

= $\left(\frac{\ldots^{\ldots}}{\ldots^{\ldots}}\right)$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{\ldots.^{\ldots}}{\ldots.^{\ldots}}$$

6. $2^{-4} = \cdots$

Jawab:

$2^{-4} = \frac{1}{\cdots^{\cdots}}$

$$a^{-n} = \frac{\cdots}{\cdots^{\cdots}}$$
$$untuk\ a \neq 0$$

7. $2^0 = \cdots$

Jawab:

$2^0 = 2^{2-2}$

$= \frac{2^2}{2^2} = \frac{\cdots}{4} = \cdots$

$$a^0 = \ldots$$
$$untuk\ a \neq 0$$

8. $64^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{64}^{\cdots} = \ldots$

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a}^{\cdots}$$

Dari jawaban soal-soal di atas, kalian dapat mengingat kembali sifat-sifat bilangan berpangkat. Jika a dan b bilangan real, p dan q bilangan rasional maka berlaku hubungan sebagai berikut :

1. $a^p x a^q = a^{p+q}$
2. $a^p : a^q = a^{p-q}$
3. $(a^p)^q = a^{pq}$
4. $(ab)^p = a^p . b^p$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \left(\frac{a^p}{b^p}\right)$
6. $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$
7. $a^p = \frac{1}{a^{-p}}$
8. $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$
9. $\sqrt[p]{ab} = \sqrt[p]{a} . \sqrt[p]{b}$
10. $\sqrt[p]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[p]{a}}{\sqrt[p]{b}}$
11. $a^0 = 1$

Untuk memahami fungsi eksponen, coba kalian perhatikan masalah berikut.
Seorang pedagang baju selalu mencatat penjualan dagangannya setiap hari dalam tabel berikut:

Hari ke-	1	2	3	4	5	…	x
Jumlah baju terjual	2	4	8	16	32	…	
Bentuk pangkat	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5		2^x

Tabel 1. Hasil Penjualan Baju per hari.

Pada bentuk urutan dari baris ke-1 dengan baris ke-3 di atas merepresentasikan suatu fungsi satu-satu dengan domain bilangan asli.
Fungsi $f: x \to f(x) = 2^x$ merupakan salah satu fungsi eksponen, sehingga perkembangan baju terjual tersebut merupakan salah satu contoh dari fungsi eksponen yang domainnya adalah bilangan cacah.

Fungsi $f: x \to a^x$, dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ disebut fungsi eksponen, yang mempunyai domain bilangan real dan range bilangan positif.
Dengan demikian bentuk umum fungsi eksponen adalah $f : x \to a^x$ atau $f(x) = a^x$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$
Pada fungsi eksponen yaitu $f(x) \to a^x$, berlaku:
x disebut peubah dan daerah asal (domain) dari fungsi eksponen adalah
himpunan bilangan real yaitu D_f :$\{x|-\infty < x < +\infty, x \in R\}$

Dari uraian di atas, kalian dapat menyimpulkan bahwa fungsi eksponen adalah sebuah fungsi yang memetakan setiap x anggota himpunan bilangan real dengan tepat satu anggota bilangan real ka^x, dengan k suatu konstanta dan a bilangan pokok (basis) dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$.

Fungsi eksponen ini adalah salah satu fungsi yang cukup penting dalam matematika. Fungsi eksponen banyak sekali penerapannya, dan tidak hanya dalam matematika saja tetapi banyak pula berkaitan dengan pertumbuhan dan peluruhan. Selain itu nanti kita akan melihat, bahwa fungsi ini erat sekali hubungannya dengan fungsi logaritma.

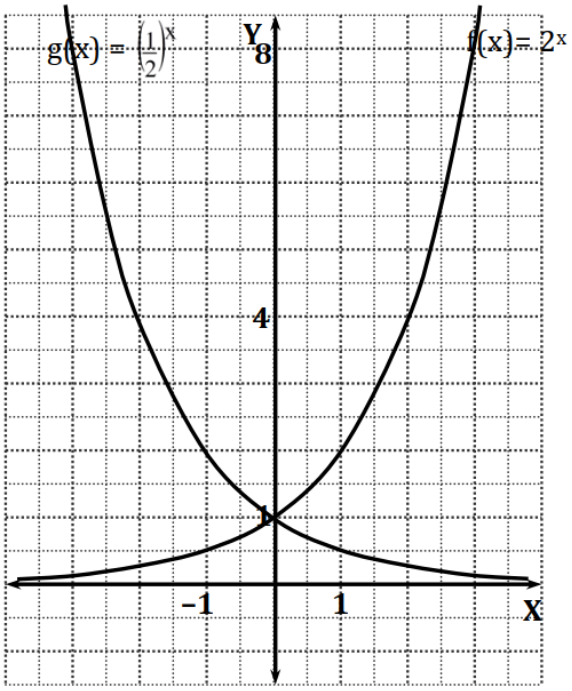
Contoh fungsi eksponen:
1. $f(x) = 3^{x+1}$
2. $f(x) = 4^{2x}$
3. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$

Untuk menggambar sketsa grafik fungsi eksponen dengan cara menentukan beberapa titik yang mudah, kemudian beberapa titik digambar pada koordinat kartesius dan melalui titik-titik tersebut dibuat kurva yang mulus, misalnya grafik fungsi $f(x) = 2^x$ dan $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ dapat digambarkan sebagai berikut:

Mula-mula dibuat tabel nilai fungsi berikut:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 2^x$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$g(x) = (\frac{1}{2})^x$	2	4	8	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Tabel 2. Nilai fungsi $f(x) = 2^x$ dan $g(x) = (\frac{1}{2})^x$



Gambar 3. Grafik fungsi eksponen

Dengan memperhatikan gambar tersebut terlihat bahwa:

1) Domain kedua fungsi adalah himpunan semua bilangan real, $D_f = \{x \mid x \in R\}$ atau (-∞, ∞).
2) Rangenya berupa himpunan semua bilangan real positif, $R_f = \{y \mid y > 0, y \in R\}$ atau (0, ∞)
3) Kedua grafik melalui titik (0, 1)
4) Kurva mempunyai asimtot datar yaitu garis yang didekati fungsi tapi tidak akan berpotongan dengan fungsi, sumbu X (garis $y = 0$).
5) Kedua grafik simetris terhadap sumbu Y
6) Grafik f: $x \rightarrow 2^x$ merupakan grafik naik/mendaki dan grafik g: $x \rightarrow (\frac{1}{2})^x$ merupakan grafik yang menurun, dan keduanya berada di atas sumbu X (nilai fungsi senantiasa positif)

Dari grafik di atas, dapat disimpulkan bahwa fungsi $f: x \rightarrow a^x$, untuk $a > 1$ adalah fungsi naik dan jika $0 < a < 1$ maka fungsi turun. Karena range dari f adalah bilangan positif dan $a^0 = 1$, maka grafik fungsi $f: x \rightarrow a^x$ untuk $a > 0$ terletak di atas sumbu x dan melalui titik (0, 1).

Contoh:

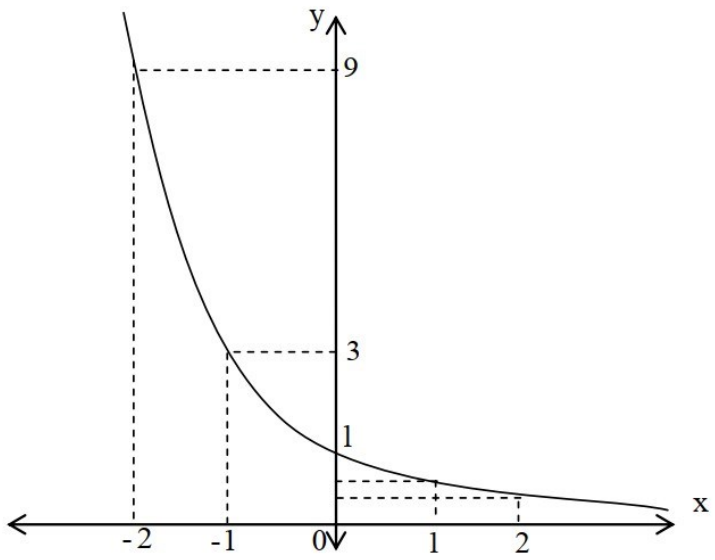
1. Lukislah grafik fungsi f(x) = $(\frac{1}{3})^x$ pada interval $-3 \leq x \leq 3$.

   Alternatif penyelesaian:
   Buat tabel nilai fungsi berikut:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x) = $(\frac{1}{3})^x$	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

Tabel 3. Nilai fungsi f(x) = $(\frac{1}{3})^x$

Dari tabel nilai fungsi kita dapatkan pasangan koordinat cartesius sebagai berikut:
(-3, 27), (-2, 9), (-1, 3), (0, 1), (1, $\frac{1}{3}$), (2, $\frac{1}{9}$) dan (3, $\frac{1}{27}$)
Sketsa grafik fungsi f(x) = $(\frac{1}{3})^x$



Gambar 3: grafik fungsi f(x) = $(\frac{1}{3})^x$

2. Grafik sebuah fungsi eksponen y = k.a^x diketahui melalui titik (0, 5) dan (2, 20). Tentukan fungsi eksponen tersebut!
   Alternatif penyelesaian:
   Grafik fungsi melalui titik (0, 5), maka 5 = k.a^0
   5 = k.1
   k = 5
   Sehingga fungsi menjadi y = 5.a^x
   Grafik fungsi melalui titik (2, 20), maka 20 = 5.a^2
   4 = a^2
   a = 2

   Jadi persamaan fungsi eksponennya adalah y = 5.2^2

2. Waktu paruh radium-226 adalah 1600 tahun. Sebanyak 50 gram radium-226 sample ditempatkan di fasilitas penyimpanan bawah tanah dan dimonitor.
   a. Tentukan fungsi yang memodelkan massa radium-226 yang tersisa setelah x waktu paruh.
   b. Gunakan model fungsi untuk memprediksi jumlah radium-226 yang tersisa setelah 4000 tahun.
   c. Buat tabel nilai fungsi m(x) pada interval $0 \leq x \leq 5$
   d. Gambar grafik fungsi m(x) berdasarkan tabel nilai fungsi dan apa yang dapat diceritakan dari grafik tentang peluruhan radium-226?

Alternatif penyelesaian:

a. Diketahui masa awal adalah 50 gram dan factor peluruhan a = $\frac{1}{2}$ (factor peluruhan 1600 tahun)
   Model fungsinya adalah m(x) = $50.(\frac{1}{2})^x$ dengan x jumlah periode waktu 1600 tahun.
b. Jumlah periode waktu yang mewakili 4000 tahun adalah: $\frac{4000}{1600} = 2{,}5$
   Jadi 4000 tahun mewakili 2,5 periode waktu paruh. Dengan mensubtitusi x=2,5 pada model fungsi didapat:

   $m(x) = 50.(\frac{1}{2})^x$

   $m(2{,}5) = 50.(\frac{1}{2})^{2,5}$

   $m(2{,}5) \approx 8{,}84$

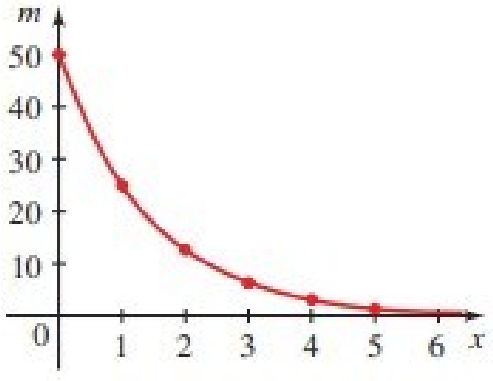
   Jadi masa yang tersisa setelah 4000 tahun sekitar 8,84 gram.

c. Tabel nilai fungsi (menggunakan kalkulator):

x	0	1	2	3	4	5
$m(x) = 50.(\frac{1}{2})^x$	50	25	12,5	6,25	3,125	1,562

Tabel 4. Nilai fungsi $m(x) = 50.(\frac{1}{2})^x$

d. Grafik fungsi $m(x) = 50.(\frac{1}{2})^x$ berdasarkan nilai dari tabel :



Gambar 4: Fungsi $m(x) = 50.(\frac{1}{2})^x$

4. Aqila menabung sebesar Rp 1000.000,00 di suatu bank selama 3 tahun dengan bunga majemuk sebesar 10% per tahun. Pada setiap akhir tahun bunga pada tahun yang bersangkutan ditambahkan dengan uang yang tersimpan sehingga seluruhnya menjadi modal awal tahun berikutnya. Berapa jumlah uang Aqila pada akhir tahun ke-3?

   Alternatif Penyelesaian:

   Misalkan uang Aqila yang ditabung dinyatakan dengan *M0*
   Bunga majemuk bank dinyatakan dengan bilangan desimal *i*
   Waktu penyimpanan = *t* tahun
   Uang Aqila pada akhir tahun ke-*t* dinyatakan : *Mt*
   Bunga yang diberikan oleh Bank adalah bunga majemuk, maka uang Aqila pada akhir tahun ke-*t* tumbuh secara eksponensial dengan besar :
   Mt = $M_0(1+i)^t$
   Diketahui:
   M0 = Rp 1000.000,00
   i = 10%
   t = 3 tahun
   Ditanyakan:
   Mt
   Mt = $M_0(1+i)^t$
   Mt = $1000.000(1+10\%)^3$
   Mt = 1000.000 $(1{,}1)^3$
   Mt = 1000.000 (1,331)
   Mt = 1.331.000
   Jadi, besarnya uang Aqila pada akhir tahun ke-3 adalah Rp 1.331.000,00

3. Rangkuman

1) Fungsi eksponen adalah sebuah fungsi yang memetakan setiap *x* anggota himpunan bilangan real dengan tepat satu anggota bilangan real ka^x, dengan k suatu konstanta dan a bilangan pokok (basis) dengan a > 0 dan a ≠ 1
2) Sifat-sifat fungsi eksponen f(x) = ka^x dengan a ≠ 1 sebagai berikut :
   a. Selalu memotong sumbu Y di titik (0, 1)
   b. Merupakan fungsi kontinu
   c. Tidak pernah memotong sumbu X sehingga dikatakan sumbu X sebagai asimtot mendatar
   d. f merupakan fungsi naik jika a > 1 dan merupakan fungsi turun jika 0 < a < 1
   e. Grafik fungsi f(x) = a^x dan f(x) = $(\frac{1}{a})^x$ simetris terhadap sumbu Y

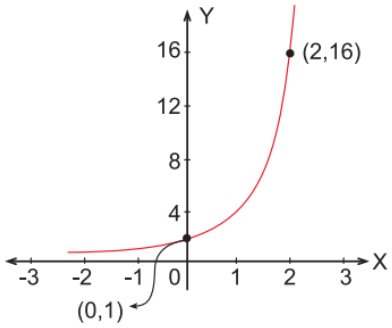
4. Latihan Pembelajaran I

1. Sederhanakan setiap bentuk berikut ini:

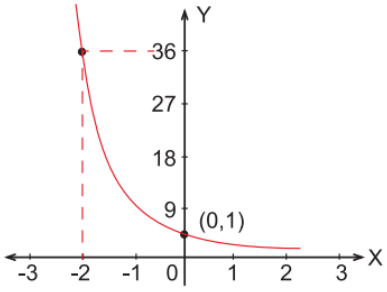
   $\frac{24a^{-7}b^{-2}c}{6a^{-2}b^{-3}c^{-6}}$

2. Lukislah grafi fungsi eksponen berikut:
   a. f(x) = 2^{x+1} pada interval -3≤ $x \leq 3$
   b. f(x) = 3^{x+1} pada interval -3≤ $x \leq 3$

3. Tentukan fungsi eksponen dari sketsa grafik berikut:
   a.



   b.



4. Pada pukul 08.00 pagi massa suatu zat radioaktif adalah 0,2 kg. Apabila diketahui laju peluruhan zat radioaktif tersebut 10% setiap jam, hitunglah sisa zat radioaktif itu pada pukul 14.00 siang?

5. Penilaian Diri

Berilah tanda √ pada kolom "Ya" jika kalian mampu dan "Tidak" jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah Anda telah memahami pengertian Fungsi Eksponen?		
2.	Apakah aanda telah memahami sifa-sifat fungsi eksponen?		
3.	Dapatkah Anda dapat menggambarkan grafik Fungsi Eksponen dengan bilangan dasar a>1 dan 0<a<1?		
4.	Dapatkah Anda menyelesaikan sebuah soal menentukan hasil pemetaan untuk x dan Fungsi Eksponen yang diketahui?		

Tabel 5. Penilaias Diri 1

6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut.

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ maksimum}\ x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

B. KEGIATAN PEMBELAJARAN II

1. Tujuan Pembelajaran

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- Menentukan penyelesaian fungsi eksponen
- Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan fungsi eksponen
- Menyajikan fungsi eksponen
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponen

2. Uraian Materi

Persamaan Eksponen dan Pertidaksamaan Eksponen.

Setelah kalian mempelajari fungsi eksponen dan penggunaannya, kita akan memperluas pembahasan dengan mempelajari persaman eksponen dan pertidaksamaan eksponen. Persamaan eksponen adalah suatu persamaan yang memuat variable (peubah) sebagai
eksponen bilangan berpangkat atau persamaan yang bilangan pokoknya memuat variable (peubah) x.
Contoh persamaan eksponen:

- $2^{3x-1} = 32^{2x}$ merupakan persamaan eksponen yang eksponennya memuat variable x
- $16^y + 2.4^y + 1 = 0$ merupakan persamaan eksponen yang eksponennya memuat variabel y.

Ada beberapa bentuk persamaan eksponen, diantaranya:

1) Bentuk $a^{f(x)} = a^p$

Untuk menyelesaikan persamaan ini digunakan sifat :
Jika $a^{f(x)} = a^{f(x)} = a^p$; a > 0; a ≠1, maka f(x) = p

Contoh:
Tentukan himpunan penyelesaian dari:

a. $5^{2x-1} = 625$
b. $2^{2x-7} = \frac{1}{32}$
c. $\sqrt{3^{3x-10}} = \frac{1}{27}\sqrt{3}$

Alternatif penyelesaian :

a. $5^{2x-1} = 625$
$5^{2x-1} = 5^3$
2x-1 = 3
2x = 4
x = 2
Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: {2}

b. $2^{2x-7} = \frac{1}{32}$
$2^{2x-7} = 2^{-5}$
2x-7 = -5
2x = 2
x = 1
Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: {1}

c. $\sqrt{3^{3x-10}} = \frac{1}{27}\sqrt{3}$

$3^{\frac{3x-10}{2}} = 3^{-3}.3^{\frac{1}{2}}$

$3^{\frac{3x-10}{2}} = 3^{-\frac{5}{2}}$

$\frac{3x-10}{2} = -\frac{5}{2}$

3x-10 = -5

3x = 5

x = $\frac{5}{3}$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: $\{\frac{5}{3}\}$

2) Bentuk $a^{f(x)} = a^{g(x)}$

Penyelesaian persamaan ini digunakan sifat:

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ dengan a>0 dan a≠0 , maka f(x) = g(x)

Contoh :

a. $9^{x^2+x} = 27^{x^2-1}$

b. $8^{2x+1} = 128^{x-3}$

c. $\sqrt[x+2]{8} = \sqrt[x-4]{32}$

Alternatif penyelesaian:

a. $9^{x^2+x} = 27^{x^2-1}$

$3^{2(x^2+x)} = 3^{3(x^2-1)}$

$2(x^2+x) = 3(x^2-1)$

$2x^2+2x = 3x^2-3$

$X^2 - 2x - 3 = 0$

(x – 3) (x + 1) = 0

X = 3 x = -1

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: { -1, 3 }

b. $8^{2x+1} = 128^{x-3}$

$(2^3)^{(2x+1)} = (2^7)^{(x-3)}$

$2^{6x+3} = 2^{7x-21}$

6x + 3 = 7x - 21

x = 24. Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: { 24 }

c. $\sqrt[x+2]{8} = \sqrt[x-4]{32}$

$2^{\frac{3}{x+2}} = 2^{\frac{5}{x-4}}$

$\frac{3}{x+2} = \frac{5}{x-4}$

3(x-4) = 5(x+2)

3x-12 = 5x+10

-2x = 22

X = -11

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: { -11 }

3) Bentuk $a^{f(x)} = b^{f(x)}$

Penyelesaian persamaan ini digunakan sifat:

Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ dengan a>0 dan a≠1, b>0 dan b≠1, dan a≠b maka f(x) =0

Contoh :

a. $6^{x-3} = 9^{x-3}$

b. $7^{x^2-5x+6} = 8^{x^2-5x+6}$

Alternatif penyelesaian:

a. $6^{x-3} = 9^{x-3}$

x-3 = 0

x = 3

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: { 3 }

$7^{x^2-5x+6} = 8^{x^2-5x+6}$

x^2-5x+6 = 0

(x-6)(x+1) = 0

x = 6 x = -1

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: { -1,6 }

4) Bentuk $a^{f(x)} = b^{g(x)}$

Cara menyelesaikan persamaan $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ jika x tidak dapat dinyatakan ke dalam bentuk $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, maka persamaan itu dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat logaritma.

$a^p = b^p \leftrightarrow p.\log a = p.\log b; a > 0; b > 0$

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $2^{x+1} = 3^{x-1}$

Alternatif penyelesaian:

$2^{x+1} = 3^{x-1} \leftrightarrow \log 2^{x+1} = \log 3^{x-1}$

$\leftrightarrow$ (x+1)log 2 = (x-1)log 3

$\leftrightarrow$ xlog 2 + log 2 = xlog 3 – log 3

$\leftrightarrow$ x(0,301) + 0,301 = x(0,477) – 0,477

$\leftrightarrow$ 0,176x = 0,778

$\leftrightarrow$ x = 4,42

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: {4,42}

5) Bentuk $(f(x))^{g(x)} = (f(x))^{h(x)}$

Untuk menyelesaikan persamaan bentuk di atas perlu dipertimbangkan beberapa kemungkinan:

(1) Persamaan berlaku untuk pokok = 1 atau f(x) = 1

(2) Persamaan berlaku untuk pokok = -1, dengan syarat :

- g(x) dan h(x) bernilai genap atau
- g(x) dan h(x) bernilai ganjil.

(3) Persamaan berlaku untuk pokok = 0 atau f(x) = 0, dengan syarat g(x) dan h(x) bernilai positif.

(4) Persamaan berlaku jika pangkatnya sama atau g(x) = h(x), dengan syarat untuk pokok = 0, pangkat bernilai positif, atau untuk f(x) = 0 maka g(x) dan h(x) bernilai positif

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian $(3x-10)^{x^2} = (3x-10)^{2x}$

Alternatif penyelesaian:

(1) f(x) = 1 ↔ 3x – 10 = 1
↔ 3x = 11
↔ x = $\frac{11}{3}$

(2) f(x) = -1 ↔ 3x -10 = -1
↔ 3x = 9
↔ x = 3

Sekarang periksa untuk x = 3 apakah g(x) dan h(x) sama-sama genap atau sama-sama ganjil.

g(3) = 3^2 = 9 (ganjil)

h(3) = 2.3 = 6 (genap)

x = 3 bukan penyelesaian.

(3) f(x) = 0 ↔ 3x-10 = 0
↔ x = $\frac{10}{3}$

Periksa apakah untuk x = $\frac{10}{3}$ g(x) dan h(x) sama-sama positif.

g($\frac{10}{3}$) = $(\frac{10}{3})^2$ = $\frac{100}{9} > 0$

h($\frac{10}{3}$) = 2.($\frac{10}{3}$) = $\frac{20}{3} > 0$

g(x) dan h(x) >0, maka x = $\frac{10}{3}$ merupakan penyelesaian.

(4) g(x) = h(x) ↔ $x^2 = 2x$
↔ $x^2 - 2x = 0$
↔ $x(x-2) = 0$
↔ $x = 0\ atau\ x = 2$

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah: {0, 2, $\frac{10}{3}$, $\frac{11}{3}$}

6) Bentuk $A(a^{f(x)})^2 + B(a^{F(x)}) + C = 0$

Untuk menyelesaikan persamaan di atas, dilakukan dengan cara mengubah persamaan tersebut dikembalikan ke bentuk persamaan kuadrat. Dengan memisalkan $a^{f(x)}$ = p, maka bentuk persamaan di atas dapat diubah menjadi persamaan kuadrat : $Ap^2 + Bp + C = 0$

Contoh :

Tentukan himpunan penyelesaian dari : $2^{2x} - 2^{x+3} + 16 = 0$

Alternatif penyelesaian :

$2^{2x} - 2^{x+3} + 16 = 0$

$2^{2x} - 2^x.2^3 + 16 = 0$

Dengan memisalkan 2^x = p, maka persamaan menjadi

$P^2 - 8p + 16 = 0$

$(p-4)(p-4) = 0$

P = 4

Untuk p = 4 ⇒ $2^x = 4$
$2^x = 2^2$
x = 2

Jadi himpunan penyelesaiannya adalah : { 2 }

Setelah kalian mempelajari materi persamaan eksponen, kita lanjutkan pembahasan pertidaksamaan eksponen. Sebelum membahas pertidaksamaan eksponen kalian ingat kembali tentang sifat-sifat fungsi eksponen sebagai berikut:

- Untuk a >1, fungsi $f(x) = a^x$ merupakan fungsi naik. Artinya, untuk setiap $x_1, x_2 \in R$, berlaku $x_1 < x_2$, jika dan hanya jika $f(x_1) < f(x_2)$.
- Untuk 0 <a <1, fungsi $f(x) = a^x$ merupakan fungsi turun. Artinya, untuk setiap $x_1, x_2 \in R$ berlaku $x_1 < x_2$ jika dan hanya jika $f(x_1) > f(x_2)$

Berdasarkan sifat fungsi eksponen maka untuk menyelesaikan pertidaksamaan eksponen dapat menggunakan ketentuan:

- Untuk a > 1
  1. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, maka f(x) > g(x)
  2. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, maka f(x) < g(x)

  } Tanda Pertidaksamaan tetap
- Jika 0 < a < 1
  1. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, maka f(x) < g(x)
  2. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, maka f(x) > g(x)

  } Tanda Pertidaksamaan

Contoh:

1. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $(9)^{2x-4} \geq (\frac{1}{27})^{x^2-4}$ adalah….

   Alternatif penyelesaian:

   $(9)^{2x-4} \geq \left(\frac{1}{27}\right)^{x^2-4} \leftrightarrow (3^2)^{2x-4} \geq (3^{-3})^{x^2-4}$

   $\leftrightarrow 3^{4x-8} \geq 3^{-3x^2+12}$

   $\leftrightarrow 4x - 8 \geq -3x^2 + 12$

   $\leftrightarrow 3x^2 + 4x - 20 \geq 0$

   $\leftrightarrow (3x + 10)(x - 2) \geq 0$

   $\leftrightarrow$ Himpunan penyelesaiannya: $=\left\{x | x \leq -\frac{10}{3} \; atau \; x \geq 2\right\}$
2. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $2^{2x+1} - 5.2^{x+1} + 8 \geq 0$ adalah….

   Alternatif penyelesaian:

   $2^{2x+1} - 5.2^{x+1} + 8 \geq 0 \leftrightarrow 2.2^{2x} - 5.2.2^x + 8 \geq 0 \rightarrow$ dibagi 2

   $\leftrightarrow 2^{2x} - 5.2^x + 4 \geq 0$

   $\leftrightarrow (2^x)^2 - 5.2^x + 4 \geq 0$

   Dengan memisalkan 2^x = p, maka petidakrsamaan menjadi:

   $p^2 - 5p + 4 \geq 0$

   $\leftrightarrow$ (p - 1)(p – 4) ≥ 0

   $\leftrightarrow$ p$\leq$ 1 atau p$\geq$4

   $\leftrightarrow 2^x \leq 2^0 \; atau \; 2^x \geq 2^2$

   $\leftrightarrow x \leq 0$ atau $x \geq 2$

   Jadi himpunan penyelesaiannya= $\{x | x \leq 0 \; atau \; x \geq 2\}$

3. **Rangkuman**

1) Persamaan eksponen memiliki beberapa bentuk:
   Untuk $a > 0, a \neq 1;\ b > 0, b \neq 1$, maka berlaku
   1. Jika $a^{f(x)} = a^p$, maka $f(x) = p$
   2. Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, maka $f(x) = g(x)$
   3. Jika $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, maka $f(x) = 0$
   4. Jika $\{h(x)\}^{f(x)} = \{h(x)\}^{g(x)}$, maka
      (1) $f(x) = g(x)$
      (2) $h(x) = 1$
      (3) $h(x) = 0$ untuk $f(x) > 0$ dan $g(x) > 0$
      (4) $h(x) = -1$ untuk $f(x)$ dan $g(x)$ keduanya ganjil atau keduanya genap
   5. Jika $A\{a^{f(x)}\}^2 + B\{a^{f(x)}\} + C = 0$, maka dapat diselesaikan secara persamaan kuadrat.
2) Pertidaksamaan eksponen:
   - Untuk $a > 1$
     1. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, maka $f(x) > g(x)$
     2. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, maka $f(x) < g(x)$

     } Tanda Pertidaksamaan tetap
   - Jika $0 < a < 1$
     1. Jika $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, maka $f(x) < g(x)$
     2. Jika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, maka $f(x) > g(x)$

     } Tanda Pertidaksamaan

4. **Latihan Pembelajaran II.**

Tentukan himpunan penyelesaian dari:

1. $2^{x^2-3x} = 16$
2. $25^{x+2} = 5^{3x-4}$
3. $7^{2-x} - 49^{2-x} + 42 = 0$
4. $2^{4x-5} > 8^{2x+7}$
5. $5^{2x} - 6 \cdot 5^{x+1} + 125 > 0$

5. **Penilaian Diri**

Berilah tanda √ pada kolom "Ya" jika kalian mampu dan "Tidak" jika belum mampu memahami kemampuan berikut:

No.	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Apakah Anda telah memahami pengertian Fungsi Eksponen dan sifat-sifat Fungsi Eksponen?		
2.	Dapatkah Anda dapat menggambarkan grafik Fungsi Eksponen dengan bilangan dasar a>1 dan 0<a<1?		
3.	Dapatkah Anda menyelesaikan sebuah soal menentukan hasil pemetaan untuk x dan Fungsi Eksponen yang diketahui?		
4.	Dapatkah Anda menyelesaikan soal pertidaksamaan Eksponen dengan menggunakan sifat-sifat Fungsi Eksponen?		

Tabel. 5. **Penilaian Diri 1**

6. **Umpan Balik Dan Tindak Lanjut.**

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ maksimum}\ x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali
80% – 89% = baik
70% – 79% = cukup
< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

C. KEGIATAN PEMBELAJARAN III

1. Tujuan Pembelajaran

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- Mendeskripsikan fungsi logaritma
- Menentukan penyelesaian fungsi logaritma
- Menggunakan masalah kontekstual yang terkait dengan logaritma
- Menyajikan fungsi logaritma
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma

2. Uraian Materi

Fungsi Logaritma

Setelah kalian selesai mempelajari Eksponen mari kita kembangkan pembahasan kita pada materi Logaritma. Untuk memahami pengertian logaritma dan sifatnya, coba kalian perhatikan pernyataan p x q = r. Bagaimanakah menyatakan p dalam q dan r ? Jawabnya adalah $p = \frac{r}{q}$, dengan $q \neq 0$. Kemudian kita perhatikan pernyataan $3^2 = 9$. Bagaimanakah menyatakan 3 dalam 2 dan 9 ? Jawabnya $3 = \sqrt[2]{9}$. Bagaimanakah menyatakan 2 dalam 3 dan 9 ? Jawabnya 2 adalah pangkat dari 3 sehingga $3^2 = 9$. Jika kita ambil secara umum $a^y = x$, maka y adalah eksponen dari a sehingga $a^y = x$, dan pernyataan untuk y ini bisa ditulis dalam bentuk $y = {}^a\log x$ atau y $= \log_a x$ dengan a adalah bilangan dasar atau basis dan y adalah eksponennya.

Untuk lebih jelas, coba perhatikan tabel berikut:

Nilai Hasil Perpangkatan dan Menentukan Pangkat

Pada $f: x \to y = 2^x$			Pada $f^{-1}; y \to x = {}^2log\, y$				
			Persoalan				Jawab
Persoalan		Jawab	Eksponen			Logaritma	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$x = 3$	$2^3 = ?$	8	$2^x = 8$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log 8 = ?$	3
$x = 2$	$2^2 = ?$	4	$2^x = 4$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log 4 = ?$	2
$x = 1$	$2^1 = ?$	2	$2^x = 2$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log 2 = ?$	1
$x = 0$	$2^0 = ?$	1	$2^x = 1$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log 1 = ?$	0
$x = -1$	$2^{-1} = ?$	$\frac{1}{2}$	$2^x = \frac{1}{2}$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log \frac{1}{2} = ?$	–1
$x = -2$	$2^{-2} = ?$	$\frac{1}{4}$	$2^x = \frac{1}{4}$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log \frac{1}{4} = ?$	–2
$x = -3$	$2^{-3} = ?$	$\frac{1}{8}$	$2^x = \frac{1}{8}$	$x = ?$	$\Leftrightarrow$	${}^2\log \frac{1}{8} = ?$	–3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabel 6. Hasil Perpangkatan

Dari tabel di atas dapat dilihat antara lain:

$2^3 = 8 \leftrightarrow {}^2\log 8 = 3$
$2^2 = 4 \leftrightarrow {}^2\log 4 = 2$
$2^1 = 2 \leftrightarrow {}^2\log 2 = 1$
$2^0 = 1 \leftrightarrow {}^2\log 1 = 0$
$2^{-1} = \frac{1}{2} \leftrightarrow {}^2\log \frac{1}{2} = -1$

Sehingga
$2^x = y \leftrightarrow {}^2\log y = x$
Jika bilangan pokoknya a, dari ${}^a\log y = x$ atau $x = {}^a\log y$ diperoleh:
$f^{-1}(y) = {}^a\log y$ sehingga $f^{-1}(x) = {}^a\log x$
Jika f^1 dinamakan g(x), maka $g(x) = {}^a\log x$. Fungsi $g{:}x \rightarrow {}^a\log x$ dinamakan fungsi logaritma.

Dari paparan di atas cukup jelas bahwa Logaritma secara dasar merupakan operasi matematika yang merupakan kebalikan (invers) dari Eksponen. Artinya, untuk mencari nilai dari suatu bilangan logaritma harus membalikkan fungsi dari eksponensial.

Logaritma didefinisikan sebagai berikut:

Misalkan $a, b \in R, a > 0, a \neq 1, b > 0$ dan c rasional, maka ${}^a\log b = c \leftrightarrow a^c = b$

dimana: a disebut basis ($0 < a < 1$ atau $a > 1$)

b disebut numerus ($b > 0$)

c disebut hasil logaritma

Dari definisi bahwa logaritma merupakan invers dari eksponen, maka kita dapat menurunkan sifat-sifat logaritma dari sifat-sifat eksponen sebagai berikut:

Untuk a, b rasional dan a ≠ 1, berlaku:

1. ${}^a\log a = 1$
2. ${}^a\log 1 = 0$
3. ${}^a\log a^n = n$
4. ${}^a\log b.c = {}^a\log b + {}^a\log c$
5. ${}^a\log \frac{b}{c} = {}^a\log b - {}^a\log c$, a, b rasional, c≠0
6. ${}^a\log b^n = n.{}^a\log b$
7. ${}^a\log b = \frac{{}^c\log b}{{}^c\log a} = \frac{1}{{}^b\log a}$
8. ${}^a\log b \times {}^b\log c = {}^a\log c$
9. ${}^{a^m}\log b^n = \frac{n}{m}({}^a\log b)$, m dan n rasional, m ≠ 0
10. $a^{{}^a\log b} = b$

Untuk pembuktian sifat-sifat ini silahkan dicoba bersama teman-teman sekelas.

Sifat-sifat logaritma sangat dibutuhkan dalam memecahkan masalah-masalah logaritma.

Untuk lebih memahami sifat-sifat logaritma silahkan perhatikan contoh-contoh berikut:

1) Sederhanakan bentuk logaritma berikut:
   e. $^{2}\log 8 + {}^{2}\log 4$
   f. $^{a}\log\left(\frac{1}{b}\right) \cdot {}^{b}\log\left(\frac{1}{c}\right) \cdot {}^{c}\log\left(\frac{1}{a}\right)$
   g. $^{3}log\ 24 - {}^{3}log\ 2\sqrt{3} + 2\ {}^{3}log\frac{1}{9} + {}^{3}log\ 2\frac{1}{4}$

   Alternatif penyelesaian:
   a. $^{2}\log 8 + {}^{2}\log 4 = {}^{2}\log 8.4$
   $= {}^{2}\log 32$
   $= {}^{2}\log 2^{5}$
   $= 5.\ {}^{2}\log 2$
   $= 5.1$
   $= 5$
   b. $^{a}log\left(\frac{1}{b}\right) \cdot {}^{b}log\left(\frac{1}{c}\right) \cdot {}^{c}log\left(\frac{1}{a}\right) = {}^{a}log\ b^{-1} \cdot {}^{b}log\ c^{-1} \cdot {}^{c}log\ a^{-1}$
   $= (-\ {}^{a}\boldsymbol{log\ b}) \cdot (-\ {}^{b}\boldsymbol{log\ c}) \cdot (-\ {}^{c}\boldsymbol{log\ a})$
   $= -\ {}^{a}\boldsymbol{log\ b} \cdot {}^{b}\boldsymbol{log\ c} \cdot {}^{c}\boldsymbol{log\ a}$
   $= -\ {}^{a}\boldsymbol{log\ a}$
   $= -1$
   c. $^{3}log\ 24 - {}^{3}log\ 2\sqrt{3} + 2\ {}^{3}log\frac{1}{9} + {}^{3}log\ 2\frac{1}{4} = {}^{3}log\ 24 - {}^{3}log\ 2\sqrt{3} + {}^{3}log\frac{1}{81} + {}^{3}log\frac{9}{4}$
   $= {}^{3}log\frac{24\times\frac{1}{81}\times\frac{9}{4}}{2\sqrt{3}} = {}^{3}log\frac{\frac{2}{3}}{2\sqrt{3}}$
   $= {}^{3}log\frac{1}{3\sqrt{3}} = {}^{3}log\ 3^{-1\frac{1}{2}} = -1\frac{1}{2}$

2. Diketahui $^{5}\log 3 = a$ dan $^{3}\log 4 = b$, tentukan $^{12}\log 75$dalam a dan b.
   Alternatif penyelesaian:

$$^{12}log\ 75 = \frac{^{3}log\ 75}{^{3}log\ 12} = \frac{^{3}log\ 3 + {}^{3}log\ 25}{^{3}log\ 3 + {}^{3}log\ 4} = \frac{1+2\ {}^{3}log\ 5}{1+{}^{3}log\ 4} = \frac{1+2\times\frac{1}{a}}{1+b} = \frac{a+2}{(1+b)a}$$

3. Diketahui $^{9}log\ 8 = 3m$, tentukan $^{4}log\ 3$
   Alternatif penyelesaian:

$$^{9}log\ 8 = 3m$$
$$\frac{3}{2}\ {}^{3}log\ 2 = 3m$$
$$^{3}log\ 2 = 2m$$
$$^{4}log\ 3 = \frac{1}{^{3}log\ 4} = \frac{1}{2\ {}^{3}log\ 2} = \frac{1}{2\times 2m} = \frac{1}{4m}$$

Berdasarkan kenyataan yang dipaparkan di atas bahwa fungsi logaritma merupakan invers dari fungsi eksponen. Fugsi logaritma dapat dicari nilai fungsinya untuk domain $0<x<\infty$.

Dengan demikian secara umum bentuk umum fungsi logaritma adalah:

$f : x \rightarrow {}^{a}\log x$ atau $f(x) \rightarrow {}^{a}\log x$ dengan $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$ dan $x \in R$.

Dari bentuk umum di atas dapat diambil pengertian sebaga berikut:

i. Daerah asal (domain) dari fungsi logaritma adalah $Df:\{x|\ x>0, x\in R\}$.
ii. a disebut bilangan pokok (basis) logaritma dengan syarat $a>0$ dan $a\neq 1$ dengan demikian berlaku $0<a<1$dan $a>1$.
iii. Daerah hasil (range) dari fungsi logaritma adalah $Rf:\{y\ |-\infty<y<+\infty, y\in R\}$

Cara membuat grafik fungsi logaritma $f(x)={}^{a}\log x$ adalah :
Membuat tabel hubungan antara x dengan $y=f(x)={}^{a}\log x$
Menggambar titik-titik yang diperoleh pada langkah 1) dan kemudian menghubungkannya
dengan kurva mulus. Maka akan diperoleh grafik yang dimaksud.

Catatan:
Sebagaimana fungsi eksponen, fungsi logaritma $f(x)={}^{a}\log x$ dengan $a>1$ merupakan fungsi monoton naik.

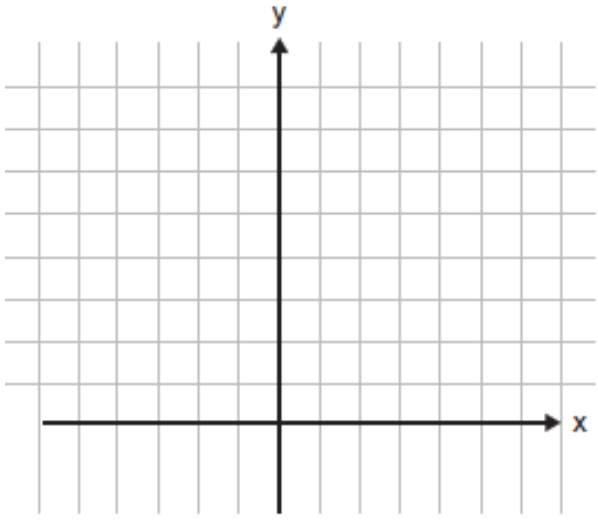
Grafik fungsi logaritma dibedakan menjadi dua yaitu :

a) Grafik fungsi logaritma dengan basis lebih besar daripada Satu
Untuk lebih memahaminya, lengkapilah titik-titik berikut.

Gambarlah grafik fungsi logaritma $f(x)={}^{3}\log x$.
Untuk mempermudah membuat grafik, dibuat tabel pasangan koordinat berikut

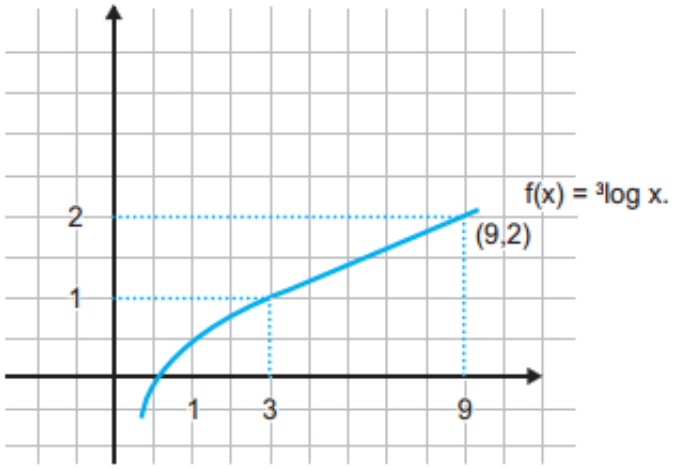
X	...	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	...
$f(x)\ {}^{3}\log x$	...	...	...	...	...	...	...	..
(x, f(x))	(...,...)	(...,...)	(...,...)	(...,...)	(...,...)	(...,...)	(...,...)	(...,...)

Gambarlah pasangan titik (x, y) yang diperoleh pada bidang cartesius di bawah, kemudian hubungkan titik-titik dengan kurvga mulus sehingga diperpleh grafik fungsi $f(x)={}^{3}\log x$.



Gambar 6. Bidang Cartesius.

Coba bandingkan gambar yang kalian peroleh dengan gambar di bawah, apakah sama?



Gambar 7. Grafik fungsi f(x) = $^{3}\log x$

Dari gambar tersebut dapat diketahui bahwa, jika nilai x makin besar maka nilai y juga makin besar. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut :

Jika $x_1 < x_2$ maka $^{a}\log x_1 < {}^{a}\log x_2$ dan , Jika $x_1 > x_2$ maka $^{a}\log x_1 > {}^{a}\log x_2$ untuk a > 0

Dengan demikian f(x) = $^{a}\log x$ merupakan fungsi monoton naik untuk a > 0

Coba kalian ulangi langkah-langkah di atas untuk menggambar grafik fungsi

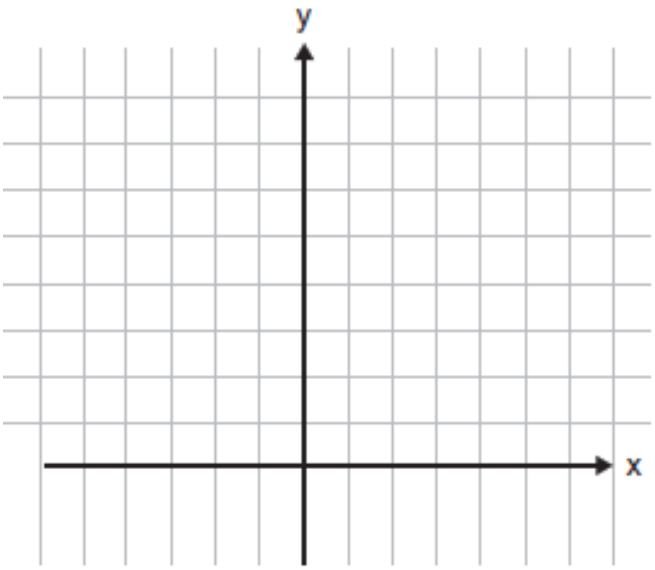
$f(x) = {}^{\frac{1}{3}}\log x$

x	…	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
$f(x) = {}^{\frac{1}{3}}log\ x$	…	…	…	…	…	…	…
(x, f(x))	(…,…)	(…,…)	(…,…)	(…,…)	(…,…)	(…,…)	(…,…)

Gambarlah pasangan titik (x, y) yang diperoleh pada bidang cartesius di bawah, kemudian hubungkan titik-titik dengan kurvga mulus sehingga diperpleh grafik fungsi

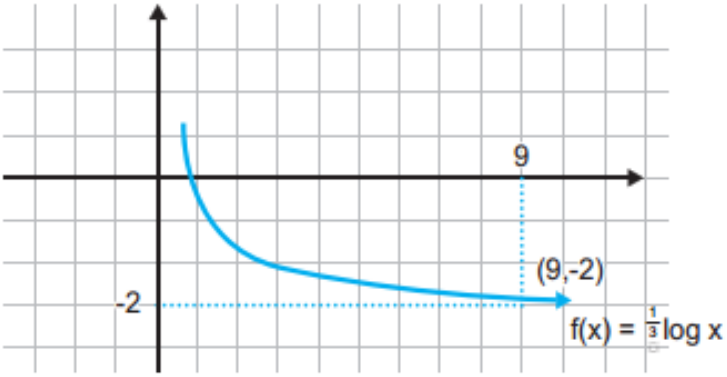
$f(x) = {}^{\frac{1}{3}}\log x$

.



Gambar 8. Bidang Cartesius.

Coba bandingkan apakah gambar yang kalian peroleh seperti ini?



Gambar 9. Grafik fungsi $f(x) = {}^{\frac{1}{3}}\log x$

Dari gambar tersebut dapat diketahui bahwa, jika nilai x makin besar maka nilai y makin kecil. Hal ini dapat dituliskan sebagai berikut :

Jika $x_1 < x_2$ maka ${}^a\log x_1 > {}^a\log x_2$ dan jika $x_1 > x_2$ maka ${}^a\log x_1 < {}^a\log x_2$, untuk 0<x<1

Dengan demikian f(x) = ${}^a\log x$ merupakan fungsi monoton turun untuk 0<x<1

Setelah kalian mempelajari tentang grafik fungsi logaritma, diketahui sifat-sifat fungsi logaritma sebagai berikut :

a. Selalu memotong sumbu X di titik (1,0)
b. Merupakan fungsi kontinu
c. Tidak pernah memotong sumbu Y sehingga dikatakan sumbu Y sebagai asimtot tegak
d. f merupakan fungsi naik jika a>1 , merupakan fungsi turun jika 0<a<1
e. Grafik fungsi f(x) = ${}^a\log x$ dan f(x) = ${}^{\frac{1}{a}}log\ x$ simetris terhadap sumbu X.

Konsep dan fungsi logaritma sangat bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari. Dalam ilmu kimia, logaritma digunakan untuk menentukan kadar keasaman suatu larutan. Dalam ilmu fisika logaritma digunakan untuk menentukan taraf intensitas suatu bunyi. Logaritma juga digunakan untuk menentukan besarnya skala Richter yang biasa digunakan dalam satuan skala besarnya kegempaan. Fungsi logaritma juga bisa digunakan dalam ilmu perbankkan, yaitu untuk menghitung besarnya bunga majemuk. Penghitungan bunga majemuk termasuk
fungsi pertumbuhan (monoton naik).

Untuk mengetahui lebih jauh pemanfaatan fungsi logaritma dalam kehidupan sehari-hari, coba kalian perhatikan beberapa contoh berikut:

Contoh 1.
Apa yang kalian rasakan ketika minum air perasan buah jeruk? Kemungkinan besar ada rasa agak asam yang kalian rasakan. Berbeda ketika kalian minum air mineral, pasti rasa netral yang dirasakan. Rasa asam dan netral itu karena adanya kadar keasaman pada larutan yang diminum. Orang kimia mengukur kadar keasaman larutan dengan besaran yang disebut pH, yang didefinisikan sebagai fungsi logaritma $p(t) = -\log t$, dengan t konsentrasi ion hidrogen (^{+}H) yang dinyatakan dalam mol perliter (mol/L). Nilai pH biasanya dibulatkan dalam satu decimal. Mari kita mencoba untuk menghitung berapa pH suatu larutan yang konsentrasi ion hidrogennya $2,5 \times 10^{-5}$ mol/L?
Pada larutan yang akan kita hitung pHnya ini diketahui konsentrasi ion hydrogen $t = 2,5 \times 10^{-5}$ sehingga:
$p(t) = -\log t$
$p(t) = -\log (2,5 \times 10^{-5})$
$p(t) = -\log 2,5 - \log 10^{-5} = -(\log 2,5 + \log 10^{-5})$

$p(t) = -(0,4 - 5) = 4,6$ (nilai log 2,5 dengan kalkulator 0,39794)

Jadi nilai pH larutan tersebut adalah 0,4.

Contoh 2.

Adinda adalah seorang pelajar kelas XII di kota Tangerang. Ia senang berhemat dan menabung uang. Selama ini dia berhasil menabung uangnya sejumlah Rp 5.000.000,00 di dalam sebuah celengan yang terbuat dari tanah liat. Agar uangnya lebih aman, ia menabung uangnya di sebuah bank dengan bunga 5% per tahun. Berapa lama Adinda menyimpan uang tersebut agar menjadi dua kali lipat?

Alternatif penyelesaian:
Misalkan:
M_0 = Modal Awal
M_t = Modal setelah menabung t tahun
i = bunga pertahun
Diketahui modal awal (M_0) = Rp. 5.000.000,00 dan uang tabungan setelah sekian tahun (M_t) = $2 \times M_0$ = Rp. 10.000.000,00., besar bunga yang disediakan bank untuk satu tahun adalah i =5% = 0,05.

Perhatikan pola pertambahan jumlah uang Adinda setiap akhir tahun pada tabel berikut.

Akhir Tahun (t)	Bunga (5%x Total Uang)	Total = Modal + bunga	Pola Total Uang saat *t*
0	Rp. 0	Rp. 5.000.000	$5.000.000(1+0,05)^0$
1	Rp. 250.000	Rp. 5.250.000	$5.000.000(1+0,05)^1$
2	Rp. 262.500	Rp. 5.512.500	$5.000.000(1+0,05)^2$
3	Rp. 275.625	Rp. 5.788.125	$5.000.000(1+0,05)^3$
4	Rp. 289.406,25	Rp. 6.077.531,25	$5.000.000(1+0,05)^4$
5	Rp. 303.876,5625	Rp. 6.381.407,813	$5.000.000(1+0,05)^5$
6	Rp. 319.070,3906	Rp. 6.700.478,203	$5.000.000(1+0,05)^6$
7	Rp. 335.023,9102	Rp. 7.035.502,113	$5.000.000(1+0,05)^7$
8	Rp. 351.775,1057	Rp. 7.387.277,219	$5.000.000(1+0,05)^8$
…	…	…	…
t			5.000.000(1+0,05)t

Dari tabel terlihat : $M_t = M_0\ (1+i)^t$

$10.000.000 = 5.000.000(1+0,05)^t$

$(1+0,05)^t = \frac{10.000.000}{5.000.000} = 2$

Gunakan sifat logaritma $\log p^n = n.\log p$

$\log (1,05)^t = \log 2$

$t.\log (1,05) = \log 2$

$t = \frac{\log(1,05)}{\log 2}$ (gunakan kalkulator atau table logaritma)

$t = 14,04$

Jadi tabungan Adinda akan menjadi dua kali lipat setelah 14,04 tahun.

Catatan:

Dalam logaritma, jika bilangan pokoknya 10, maka bilangan pokoknya sering tidak dituliskan, sehingga $^{10}\log 7$ bisa ditulis log 7 saja.

3. Rangkuman

- Fungsi logaritma merupakan invers dari fungsi eksponen. Fugsi logaritma dapat dicari nilai fungsinya untuk domain $0<x<\infty$.
- Bentuk umum fungsi logaritma adalah:
  $f : x \rightarrow {}^a\log x$ atau $f(x) \rightarrow {}^a\log x$ dengan $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$ dan $x \in R$.

- Dari bentuk umum di atas dapat diambil pengertian sebagai berikut:
  i. Daerah asal (domain) dari fungsi logaritma adalah $Df : \{x \mid x > 0, x \in R\}$.
  ii. a disebut bilangan pokok (basis) logaritma dengan syarat $a > 0$ dan $a \neq 1$ dengan demikian berlaku $0 < a < 1$dan $a > 1$.
  iii. Daerah hasil (range) dari fungsi logaritma adalah
  $Rf : \{y \mid -\infty < y < +\infty, y \in R\}$
- $f(x) = {}^a\log x$ merupakan fungsi monoton naik untuk $a > 0$

4. Latihan Pembelajaran III

Selesaikan soal latihan berikut:

1. Tentukan nilai logaritma berikut:
   a. ${}^{8}\log 32$
   b. $\frac{1}{{}^{3}\log 6} + \frac{1}{{}^{2}\log 6}$
   c. ${}^{3}\log 18 - {}^{3}\log 2$
2. Diketahui ${}^{3}log\ 4 = a$ dan ${}^{3}log\ 5 = b$, tentukan ${}^{8}log\ 20$!
3. Tentukan nilai dari: $\frac{({}^{5}log\ 10)^2 - ({}^{5}log\ 2)^2}{{}^{5}log\ \sqrt{20}}$
4. Tabel berikut merupakan data naiknya suhu logam setelah dipanaskan dalam waktu tertentu.

x = waktu	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27
y = suhu	-2	-1	0	1	2	3

   a. Tulislah persamaan yang menyatakan hubungan antara waktu dengan suhu logam yang dipanaskan yang datanya seperti di atas!
   b. Gambar grafik fungsi yang menggambarkan hubungan waktu dan suhu.

5. Penilaian Diri

No	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Saya memahami pengertian fungsi logaritma		
2.	Saya memahami sifat-sifat fungsi logaritma		
3.	Saya dapat menggambar grafik fungsi logaritma		
4.	Saya memahami penggunaan fungsi logaritma dalam kehidupan sehari-hari.		

6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut.

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ maksimum}\ x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

E. KEGIATAN PEMBELAJARAN IV

1. Tujuan Pembelajaran

Pada pembelajaran ini memiliki tujuan agar peserta didik dapat:

- Menentukan penyelesaian fungsi logaritma (Persamaan dan Pertidaksamaan)
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi logaritma

2. Uraian Materi

Persamaan dan Pertidaksamaan Logaritma

Pada kegiatan pembelajaran III kita sudah memahami bahwa fungsi logaritma adalah fungsi yang memetakan x bilangan real dengan aturan $f(x) = {}^a\log x$. Aturan fungsi ini juga dapat dituliskan : $f : x \rightarrow {}^a\log x$, dengan $a > 0$, $a \neq 1$ dan $x > 0$. Kemudian pada grafik fungsi logaritma, kalian sudah mengetahui bahwa untuk setia $a > 0$, $x_1 = x_2$ jika dan hanya jika ${}^a\log x_1 = {}^a\log x_2$. Pengetahuan ini sangat membantu kalain dalam menyelesaikan maslah persamaan dan pertidaksamaan logaritma.

Persamaan logaritma adalah suatu persamaan yang memuat variabel dalam pokok logaritma atau dalam numerisnya (anti logaritma).

Ada beberapa bentuk persamaan logaritma diantaranya:

1) Persamaan logaritma berbentuk :
   a) ${}^a\log f(x) = {}^a\log p$
   b) ${}^a\log f(x) = {}^a\log g(x)$ dengan f(x) dan g(x) bukan fungsi konstan.
2. Persamaan logaritma dalam bentuk persamaan kuadrat.

Untuk lebih memahami masalah persamaan logaritma, coba perhatikan conto-contoh berikut. Bacalah contoh berikut dengan seksama, jika kalian mengalami kesulitam dalam memahaminya diskusikan dengan teman-teman sekelas atau tanyakan pada guru.

Contoh:

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^3\log (x - 2) = {}^3\log 4$.
   Alternatif penyelesaian:
   a. Pada logaritma harus dipenuhi $(x - 2) > 0 \leftrightarrow x > 2$. Syarat $x > 2$.
   b. ${}^3\log (x - 2) = {}^3\log 4 \leftrightarrow (x - 2) = 4 \leftrightarrow x = 6$.
   Jadi himpunan penyelesaiannya : {6}.
2. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^3\log (x^2 - 2x) = 1$.
   Alternatif penyelesaian:
   a. Pada logaritma harus dipenuhi $(x^2 - 2x) > 0 \leftrightarrow x(x - 2) > 0 \leftrightarrow x < 0$ atau $x > 2$
   b. ${}^3\log (x^2 - 2x) = 1 \leftrightarrow {}^3\log (x^2 - 2x) = {}^3\log 3 \leftrightarrow x^2 - 2x = 3$
      $\leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
      $\leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0$
      $(x + 1) = 0$ atau $(x - 3) = 0$
      $x = -1$ atau $x = 3$ (memenuhi syarat: $x < 0$ atau $x > 2$)
   Jadi himpunan penyelesaiannya : {-1, 3}

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari $\log (x^2 - 4x + 3) = \log (3 - 2x)$.
   Alternatif penyelesaian:
   a. Pada logaritma harus dipenuhi :
      (i) $(x^2 - 4x + 3) > 0 \leftrightarrow (x-1)(x-3) > 0 \leftrightarrow x < 1$ atau $x > 3$
      (ii) $(3 - 2x) > 0 \leftrightarrow 3 > 2x \leftrightarrow x < \frac{3}{2}$
   b. $\log (x^2 - 4x + 3) = \log (3 - 2x) \leftrightarrow (x^2 - 4x + 3) = (3 - 2x)$
      $\leftrightarrow x^2 - 4x + 3 - 3 + 2x = 0 \leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \leftrightarrow x(x - 2) = 0$
      $\leftrightarrow x = 0$ atau $x = 2$ (tidak memenuhi $1<2<3$
      Jadi himpunan penyelesaiannya adalaha: { 0 }
4. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $({}^3\log x)^2 - 3\,{}^3\log x + 2 = 0$,
   Alternatif penyelesaian:
   Misal: ${}^3\log x = p$
   $({}^3\log x)^2 - 3\,{}^3\log x + 2 = 0 \leftrightarrow p^2 - 3p + 2 = 0$
   $\leftrightarrow (p - 1)(p - 2) = 0$
   $\leftrightarrow p = 1$ atau $p = 2$
   $\leftrightarrow {}^3\log x = 1$ atau ${}^3\log x = 2$
   $\leftrightarrow {}^3\log x = {}^3\log 3$ atau ${}^3\log x = {}^3\log 9$
   $\leftrightarrow x = 3$ atau $x = 9$
   Jadi himpunan penyelesaiannya : {3, 9}

Dari fungsi f: $x \rightarrow {}^a\log x$ yang merupakan fungsi naik bila $a > 0$, $x > 0$ dan $x \in R$ dan turun bila $0 < a < 1$, berlaku:

- **Jika $x_1 < x_2$ maka ${}^a\log x_1 < {}^a\log x_2$ dan , Jika $x_1 > x_2$ maka ${}^a\log x_1 > {}^a\log x_2$ untuk $a > 0$**
- **Jika $x_1 < x_2$ maka ${}^a\log x_1 > {}^a\log x_2$ dan jika $x_1 > x_2$ maka ${}^a\log x_1 < {}^a\log x_2$, untuk $0<x<1$**

Contoh:

5. Tentukan himpunan penyelesaian dari ${}^3\log (x - 2) > 1$
   Alternatif penyelesaian:
   ${}^3\log (x - 2) > 1 \leftrightarrow {}^3\log (x - 2) > {}^3\log 3$
   $\leftrightarrow x - 2 > 3 \leftrightarrow x > 5$
   Jadi himpunan penyelesaiannya: $\{x|x>5, x \in R\}$

6. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $\log x + \log (x - 4) \leq \log 21$.
   Alternatif penyelesaian:
   $\log x + \log (x - 4) \leq \log 21$.
   a. Syarat logaritma yang harus dipenuhi: $x > 0$ dan $x - 4 > 0 \leftrightarrow x > 4$
      Syarat yang harus dipenuhi $x > 4$
   b. Syarat pertidaksamaan: $\log x + \log (x - 4) \leq \log 21$
      $\leftrightarrow \log x(x - 4) \leq \log 21$
      $\leftrightarrow x(x - 4) \leq 21$
      $\leftrightarrow x^2 - 4x \leq 21$
      $\leftrightarrow x^2 - 4x - 21 \leq 0$
      $\leftrightarrow (x + 3)(x - 7) \leq 0$
      $-3 \leq x \leq 7$

   Nilai x yang memenuhi adalah irisan syarat logaritma dan syarat pertidaksamaan, yaitu: $4 \leq x \leq 7$
   Jadi himpunan penyelesaiannya: $\{x|4 \leq x \leq 7, x \in R\}$

3. Rangkuman

Bentuk- bentuk persamaan logaritma dan penyelesaiannya :

- $^{a}\log f(x) = {}^{a}\log p$

  Penyelesaiannya : f(x) = p syarat f(x) > 0
- $^{a}\log f(x) = {}^{a}\log g(x)$

  Penyelesaiannya : f(x) = g(x) syarat f(x), g(x) > 0
- $^{a}\log f(x) = {}^{b}\log f(x)$

  Penyelesaiannya : f(x) = 1
- $^{h(x)}\log f(x) = {}^{h(x)}\log g(x)$

  Penyelesaiannya : f(x) = g(x) dengan syarat h(x) > 0, h(x) ≠ 1, f(x) > 0 dan g(x) > 0
- $^{f(x)}\log a = {}^{g(x)}\log a$

  Penyelesaiannya : f(x) = g(x) dengan syarat f(x) > 0, f(x) ≠ 1 , g(x) > 0 dan g(x) ≠ 1
- $A\left({}^{a}\log x\right)^2 + B\left({}^{a}\log x\right) + C = 0$

  Penyelesaiannya : memisalkan $y = {}^{a}\log x$

Bentuk pertidaksamaan logaritma:

penyelesaian pertidaksamaan logaritma ada 2 syarat utama yaitu :

- ***Untuk a > 1***

  Pada kasus pertidaksamaan logaritma dengan a > 1 (monoton naik) tanda ketaksamaan TETAP, dengan f(x) >0 dan g(x) > 0.

  $^{a}\log f(x) < {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) < g(x)$

  $^{a}\log f(x) > {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) > g(x)$
- ***Untuk 0 < a < 1***

  Pada kasus pertidaksamaan logaritma dengan 0 < a < 1 (monoton turun) tanda ketaksamaan BERUBAH, dengan f(x) > 0 dan g(x) > 0.

  $^{a}\log f(x) < {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) > g(x)$

  $^{a}\log f(x) > {}^{a}\log g(x)$ maka $f(x) < g(x)$

4. Latihan Pembelajaran IV

Selesaikan soal latihan berikut:

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan logaritma berikut:
   a. $^{2}\log (x^2 + 4x) = 5$
   b. $\log (x - 2) + (\log (x - 7) = \log 6$
   c. $^{3}\log^2 x - 2.{}^{3}\log x^2 - 8 = 0$
   d. $^{2x-5}\log (2x + 1) = {}^{2x-5}\log (2x + 4)$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma berikut:
   a. $^{3}\log (x - 2) < 2$
   b. $^{2}\log (x - 3) + {}^{2}\log (x + 3) \geq 4$
   c. $2.\log x \leq \log (2x + 5) + 2.\log 2$
   d. $^{2}\log^{2} x + 2.{}^{2}\log 2x > 2$

5. Penilaian Diri

No	Kemampuan Diri	Ya	Tidak
1.	Saya memahami syarat-syarat persamaan logaritma		
2.	Saya dapat menentukan penyelesaian persamaan logaritma		
3.	Saya memahami syarat-syarat pertidaksamaan logaritma		
4.	Saya dapat menentukan penyelesaian pertidaksamaan logaritma		

6. Umpan Balik Dan Tindak Lanjut.

Untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian, cocokkan jawaban dengan kunci jawaban pada bagian akhir kegiatan pembelajaran. Hitung jawaban benar kalian, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan kalian terhadap materi kegiatan pembelajaran ini.

Rumus Tingkat penguasaan=$\frac{Jumlah\ skor}{Jumlah\ skor\ maksimum}\ x\ 100\%$

Kriteria

90% – 100% = baik sekali

80% – 89% = baik

70% – 79% = cukup

< 70% = kurang

Jika tingkat penguasaan kalian cukup atau kurang, maka kalian harus mengulang kembali seluruh pembelajaran.

b. UJI KOMPETENSI

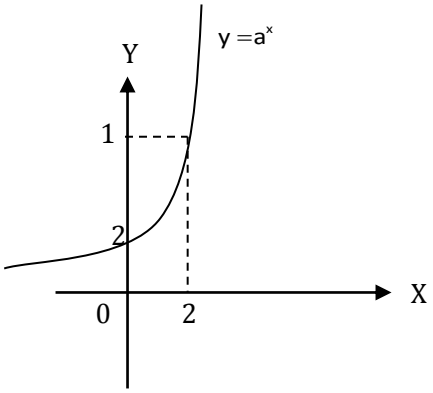
Tes Akhir Modul

Baca dengan teliti dan kerjakan dengan hati-hati.

1. Bentuk $\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{4}{3}}}{y^{\frac{2}{3}}x^{2}}\right)^{-\frac{3}{4}}$ dapat disederhanakan menjadi....

   A. $\sqrt{xy^2}$ B. $x\sqrt{y}$ C. $\sqrt{x^2y}$ D. $xy\sqrt{y}$ E. $xy\sqrt{x}$

2. Perhatikan gambar grafik fungsi eksponen berikut ini !
   Persamaan grafik fungsi pada gambar adalah...



   A. $f(x)=3^x$ C. $f(x)=3^{x-1}$
   B. $f(x)=3^{x+1}$ D. $f(x)=3^x+1$
   E. $f(x)=3^x-1$

3. Penyelesaian persamaan $\sqrt{3^{2x+1}}=9^{x-2}$ adalah ....

   A. 0 B. $1\frac{1}{2}$ C. 2 D. $3\frac{1}{2}$ E. $4\frac{1}{2}$

4. Jika $\sqrt[3]{8^{x-1}}=\sqrt[4]{32^{x}}$, maka $x=....$

   A. -4 B. -2 C. 0 D. 2 E. 4

5. Nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $3^{2x+1}+9-28.3^x>0$ adalah...

   A. $x>-1$ atau $x>2$
   B. $x<-1$ atau $x<2$
   C. $x<1$ atau $x>2$
   D. $x<-1$ atau $x>2$
   E. $x>-1$ atau $x<-2$

6. Jika $a=\ ^6log\ 5$ dan $b=\ ^5log\ 4$, maka $^4log\ 0,24=...$

   A. $\frac{a+2}{ab}$ B. $\frac{2a+1}{ab}$ C. $\frac{a-2}{ab}$ D. $\frac{2a+1}{2ab}$ E. $\frac{1-2a}{ab}$

7. Nilai *x* yang memenuhi persamaan ${}^{2}log(2x-3) - {}^{4}log\left(x-\frac{3}{2}\right) = 1$adalah ….

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{4}{3}$

8. Nilai *x* yang memenuhi persamaan $log\, x^5 - 3\, log\, x + log\, \frac{1}{x} = 2$adalah ….

A. 1000 B. 100 C. 10 D. 0,1 E. 0,01

9. Nilai-nilai x yang memenuhi ${}^{\frac{1}{2}}log\ (x^2 - 3) > 0$ adalah….

A. $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$

B. $-2 < x < 2$

C. $-2 < x < -\sqrt{3}$ atau $\sqrt{3} < x < 2$

D. $x \leq -2$ atau $x \geq 2$

E. $x < \sqrt{3}$ atau $x > 2$

10. Modal sebesar Rp 150.000,00 ditabung dengan bunga majemuk 12% per tahun. Besar modal tersebut pada akhir tahun ke-5 dapat dinyatakan dengan ....

A. $(150.000 \times 1{,}12)^4$

B. $150.000 \times (1{,}12)^5$

C. $150.000 \times (1{,}12)^4$

D. $(150.000 \times 1{,}12)^5$

E. $150.000 \times (1{,}12)^6$

KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN I

1. Sederhanakan setiap bentuk berikut ini:

   $\frac{24a^{-7}b^{-2}c}{6a^{-2}b^{-3}c^{-6}}$

   Alternatif jawaban:

   $\frac{24a^{-7}b^{-2}c}{6a^{-2}b^{-3}c^{-6}} = \frac{24}{6}a^{-7}a^{2}b^{-2}b^{3}cc^{6} = 4.a^{-7+2}b^{-2+3}c^{1+6} = \frac{4bc^{7}}{a^{5}}$

2. Lukislah grafik fungsi eksponen berikut:

   a. f(x) = 2^{x+1} pada interval -3≤ $x \leq 3$

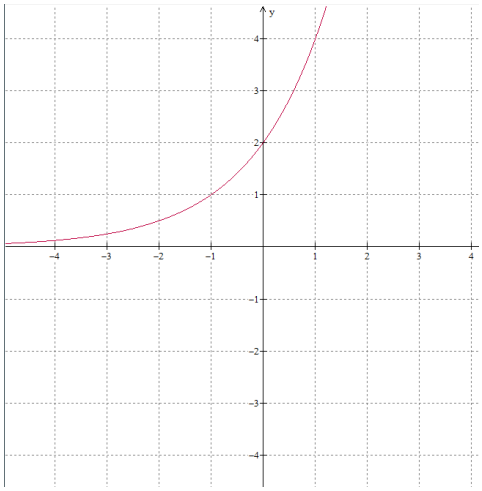
   b. f(x) = 3^{x+1} pada interval -3≤ $x \leq 3$

   Alternatif jawaban:

   a. Buat tabel nilai fungsi f(x) = 2^{x+1} pada interval -3≤ $x \leq 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x) = 2^{x+1}	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
(x, f(x))	(-3, $\frac{1}{4}$)	(-2, $\frac{1}{2}$)	(-1, 1)	(0, 2)	(1, 4)	(2, 8)	(3, 16)

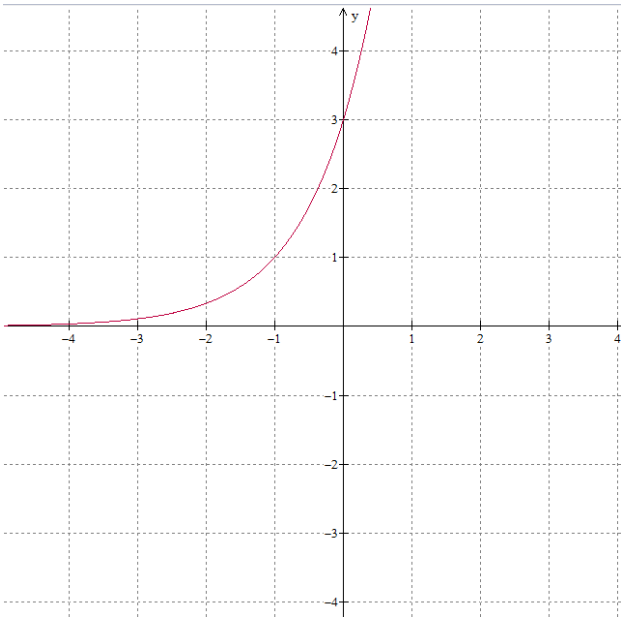
   Gambar pasangan titik pada bidang cartesius dan hubungkan menjadi kurva mulus.



   b. Buat tabel nilai fungsi f(x) = 3^{x+1} pada interval -3≤ $x \leq 3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x) = 3^{x+1}	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	81
(x, f(x))	(-3, $\frac{1}{9}$)	(-2, $\frac{1}{3}$)	(-1, 1)	(0, 3)	(1, 9)	(2, 27)	(3, 81)

   Gambar pasangan titik pada bidang cartesius dan hubungkan menjadi kurva mulus.



3. a. Diketahui: f(2) = 16 dan f(0) = 1

Ditanya persamaan fungsi f(x).

Alternatif jawaban:

$f(2) = 16 = 4^2$

$f(0) = 1 = 4^0$

Maka persamaan fungsinya $f(x) = 4^x$

b. Diketahui: f(-2) = 36 dan f(0) = 1

Ditanya persamaan fungsi f(x).

Alternatif jawaban:

$f(-2) = 36 = (\frac{1}{6})^{-2}$

$f(0) = 1 = (\frac{1}{6})^0$

Maka persamaan fungsinya $f(x) = (\frac{1}{6})^x$

4. Misalkan: p_0 = massa zat radioaktif pada pukul 08.00

P = laju peluruhan

t = waktu peluruhan

P_t = sisa zat radio aktif pada t.

Diketahui: P_0 = 0,2 kg

P = 10%

T = 14.00 – 08.00 = 6 jam

Ditanya: p_t?

Alternatif jawaban:

$P_1 = P_0 - P_0.10\% = P_0\,(1 - 10\%)$

$P_2 = P_1 - P_1.10\% = P_1\,(1 - 10\%) = P_0\,(1 - 10\%)(1 - 10\%) = P_0\,(1 - 10\%)^2$

$P_3 = P_2 - P_2.10\% = P_2\,(1 - 10\%) = P_0\,(1 - 10\%)^2(1 - 10\%) = P_0\,(1 - 10\%)^3$

……..

$P_t = P_0\,(1 - 10\%)^t$

$P_6 = 0{,}2(1 - 10\%)^6 = 0{,}2.(1 - 0{,}1)^6 = 0{,}2.(0{,}9)^6$

$P_6 = 0{,}2.0{,}5314 = 0{,}106$

Jadi sisa zat radio aktif pada pukul 14.00 adalah 0,106 kg atau 106 gram.

Skor maksimum: 100.

KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN II

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $2^{x^2-3x} = 16$
   Alternatif penyelesaian:

   $2^{x^2-3x} = 16 \leftrightarrow 2^{x^2-3x} = 2^4 \;\leftrightarrow\; x^2 - 3x = 4 \;\leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \leftrightarrow (x+1)(x-4) = 0$

   Nilai x yang memenuhi: x = -1 atau x = 4

   Jadi himpunan penyelesaiannya: {-1, 4}

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $25^{x+2} = 5^{3x-4}$
   Altenatif penyelesaian:

   $25^{x+2} = 5^{3x-4} \leftrightarrow (5^2)^{x+2} = 5^{3x-4} \leftrightarrow 5^{2x+4} = 5^{3x-4}$
   $2x + 4 = 3x - 4 \leftrightarrow 4 + 4 = 3x - 2x \leftrightarrow 8 = x.$
   Nilai x yang memenuhi persamaan: x = 8
   Jadi himpunan penyelesaiannya: {8}

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $7^{2-x} - 49^{2-x} + 42 = 0$
   Altenatif penyelesaian:

   $7^{2-x} - 49^{2-x} + 42 = 0 \leftrightarrow\; 7^{2-x} - (7^2)^{2-x} + 42 = 0 \leftrightarrow\; 7^{2-x} - (7^{2-x})^2 + 42 = 0$
   Mis. $p = 7^{2-x}$
   $p - p^2 + 42 = 0$ (kedua ruas dikalikan -1)
   $p^2 - p - 42 = 0 \leftrightarrow (p + 6)(p - 7) = 0$
   p = -6 atau p = 7
   p = 6 didapat $7^{2-x} = -6$ (tidak ada penyelesaian, mengapa?)
   p = 7didapat $7^{2-x} = 7 \leftrightarrow 7^{2-x} = 7^1 \leftrightarrow 2 - x = 1 \leftrightarrow x = 3$
   Jadi himpunan penyelesaiannya : { 3 }

4. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $2^{4x-5} > 8^{2x+7}$

   Alternatif penyelesaian:

   $2^{4x-5} > 8^{2x+7}$ (a>0, tanda tetap)

   $2^{4x-5} > (2^3)^{2x+7} \leftrightarrow 2^{4x-5} > 2^{6x+21} \leftrightarrow 4x - 5 > 6x + 21 \leftrightarrow 4x - 6x > 21 + 5$

   -2x>26 (kedua ruas dikalikan $-\frac{1}{2}$)

   $\leftrightarrow$ x < 13

   Jadi himpunan penyelasaiannya: {x| x< 13, x$\in R$}

5. Tentukan himpunan penyelesaian dari: $5^{2x} - 6 \cdot 5^{x+1} + 125 > 0$

   Alternatif penyelesaian:

   $5^{2x} - 6 \cdot 5^{x+1} + 125 > 0 \leftrightarrow (5^x)^2 - 6 \cdot 5.5^x + 125 > 0$

   Mis. $5^x = p$

   $P^2 - 30p + 125 > 0$

   $(p - 5)(p - 25) > 0$

   $P < 5$ atau $p > 25$

   $5^x < 5$ atau $5^x > 25 \leftrightarrow 5^x > 5^2$ (a>0, jadi tanda tidak berubah)

   $X < 1$ atau $x > 2$

   Jadi himpunan penyelasaiannya: {x| x< 1 atau x > 2, x$\in R$}

Skor maksimum: 100.

KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN III

1. Tentukan nilai logaritma berikut:

   a. $^8\log 32$

   b. $\frac{1}{^3\log 6} + \frac{1}{^2\log 6}$

   c. $^3\log 18 - {}^3\log 2$

   Alternatif penyelesaian:

   a. $^8\log 32 = {}^{2^3}\log 2^5 \leftrightarrow \frac{5}{3}\ {}^2\log 2 = \frac{5}{3}$

   b. $\frac{1}{^3\log 6} + \frac{1}{^2\log 6} = {}^6\log 3 + {}^6\log 2 = {}^6\log 3.2 = {}^6\log 6 = 1$

   c. $^3\log 18 - {}^3\log 2 = {}^3\log \frac{18}{2} = {}^3\log 9 = {}^3\log 3^2 = 2.{}^3\log 3 = 2.1 = 2$

2. Diketahui $^3log\ 4 = a$ dan $^3log\ 5 = b$, tentukan $^8log\ 20$!

   Alternatif penyelesaian:

   $$^8log\ 20 = \frac{^3log\ 20}{^3log\ 8} = \frac{^3log\ 4 + {}^3log\ 5}{^3log\ 4 + {}^3log\ 2} = \frac{a+b}{a+\frac{a}{2}} = \frac{2a+2b}{3a}$$

3. Tentukan nilai dari: $\frac{(^5log\ 10)^2 - (^5log\ 2)^2}{^5log\sqrt{20}}$

   Alternatif penyelesaian:

$$\frac{\left({}^{5}log\,10\right)^{2}-\left({}^{5}log\,2\right)^{2}}{{}^{5}log\,\sqrt{20}}=\frac{\left({}^{5}log\,10+{}^{5}log\,2\right)\left({}^{5}log\,10-{}^{5}log\,2\right)}{\frac{1}{2}\,{}^{5}log\,20}$$

$$=\frac{\left({}^{5}log\,20\right)\left({}^{5}log\,5\right)}{\frac{1}{2}\,{}^{5}log\,20}=2$$

4. Tabel berikut merupakan data naiknya suhu logam setelah dipanaskan dalam waktu tertentu.

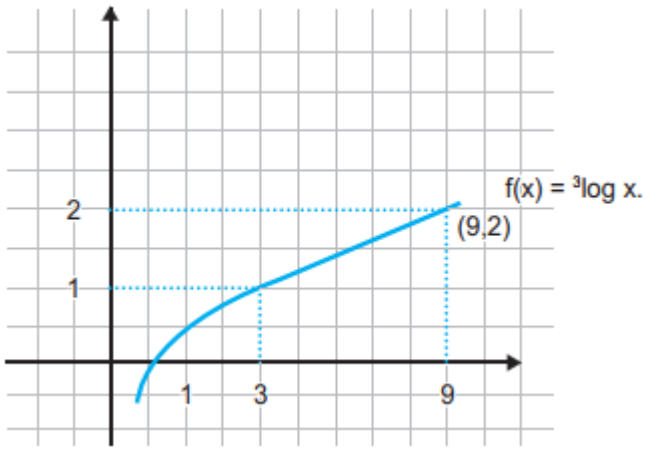
x = waktu	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27
y = suhu	-2	-1	0	1	2	3

   a. Tulislah persamaan yang menyatakan hubungan antara waktu dengan suhu logam yang dipanaskan yang datanya seperti di atas!
   b. Gambar grafik fungsi yang menggambarkan hubungan waktu dan suhu.

Alternatif penyelesaian:

   a. Dari tabel didapat: $f(\frac{1}{9}) = -2$, $f(\frac{1}{3}) = -1$, $f(1) = 0$, $f(3) = 1$, $f(9) = 2$ dan $f(27) = 2$.
   $F(1) = 0 = {}^{3}\log 1$
   $F(3) = 1 = {}^{3}\log 3$
   $F(9) = 2 = {}^{3}\log 9 = {}^{3}\log 3^{2}$
   Persamaan fungsinya adalah $f(x) = {}^{3}\log x$
   Jadi persamaan yang menyatakan hubungan antara waktu dengan suhu logam yang dipanaskan adalah $y = {}^{3}\log x$

   b. Gambar pasangan titik pada tabel dalam bidang kartesius hubungkan dengan kurva mulus.



KUNCI JAWABAN LATIHAN PEMBELAJARAN IV

1. Tentukan himpunan penyelesaian dari persamaan logaritma berikut:
   a. $^{2}\log (x^2 + 4x) = 5$
   b. $\text{Log } (x -2) + (\log (x - 7) = \log 6$
   c. $^{3}\log^{2}x - 2.{}^{3}\log x^2 - 8 = 0$
   d. $^{2x-5}\log (2x + 1) = {}^{2x-5}\log (2x + 4)$

Alternatif penyelesaian:

a. $^{2}\log (x^2 + 4x) = 5$

$^{2}\log (x^2 + 4x) = {}^{2}\log 2^5 = {}^{2}\log 32$

Pada logarima harus dipenuhi (syarat numerus): $x^2 + 4x > 0 \leftrightarrow x(x + 4) > 0 \leftrightarrow x<-4$ atau $x > 0$

Jadi syarat logartima: $x<-4$ atau $x > 0$

Syarat persamaan:

$^{2}\log (x^2 + 4x) = {}^{2}\log 32 \leftrightarrow x^2 + 4x = 32 \leftrightarrow x^2 + 4x - 32\ 8 = 0 \leftrightarrow (x -4)(x+8)=0$

$x = - 8$ atau $x = - 4$

Jadi himpunan penyelesaiannya: {-4, 8}

b. $\log (x -2) + (\log (x - 7) = \log 6$

syarat numerus: $x - 2>0 \leftrightarrow x > 2$, $x - 7 > 0 \leftrightarrow x > 7$

Syarat $x > 7$

Syarat persamaan:

$\log (x -2) + (\log (x - 7) = \log 6 \leftrightarrow \log (x - 2).(x - 7) = \log 6$

$\leftrightarrow \log (x^2 - 9x + 14 = \log 6 \leftrightarrow x^2 - 9x + 14 = 6$

$\leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0 \leftrightarrow (x - 1)(x - 8) = 0$

$x = 1$ (tidak memenuhi) atau $x = 8$

Jadi himpunan penyelesaiannya: { 8 }

c. $^{3}\log^{2}x - 2.{}^{3}\log x^2 - 8 = 0$

$^{3}\log^{2}x - 2.{}^{3}\log x^2 - 8 = 0$

$^{3}\log^{2}x - 4.{}^{3}\log x - 8 = 0$ Misal $^{3}\log x = p$

$p^2 - 4p - 8 = 0$

$(p - 4)(p + 2) = 0$

p = 4 atau p = –2

maka $^{3}\log x = 4$ sehingga $x = 3^4 = 81$

$^{3}\log x = -2$ sehingga $x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

Jadi himpunan penyelesaiannya = $\{\frac{1}{9}, 81\}$

d. $^{2x-5}\log (2x + 1) = {}^{2x-5}\log (2x + 4)$

Syarat numerus:

$2x - 5 \neq 1 \leftrightarrow x \neq 3$

$2x + 1 > 0 \leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$

$2x + 4 > 0 \leftrightarrow x > -2$

Syarat: $x \neq 3$ dan $x > -\frac{1}{2}$

Syarat persamaan:

$^{2x-5}\log (2x + 1) = {}^{2x-5}\log (x + 4)$

$2x + 1 = x + 4$

$x = 3$

Karena $x \neq 3$, maka himpunan penyelesaiannya : { }

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan logaritma berikut:
   a. $^{3}\log (x - 2) < 2$
   b. $^{2}\log (x - 3) + {}^{2}\log (x + 3) \geq 4$
   c. $2.\log x \leq \log (2x + 5) + 2.\log 2$
   d. $^{2}\log^2 x + 2.{}^{2}\log 2x > 2$

Alternatif penyelesaian:

a. Syarat numerus: $x - 2 > 0 \leftrightarrow x > 2$

   Syarat persamaan:

   $^{3}\log (x - 2) < 2 \leftrightarrow {}^{3}\log (x - 2) < {}^{3}\log 3^2$

   Karena a > 0, maka tanda tidak berubah.

   $X - 2 < 9$

   $x < 11$

   Syarat: $x > 2$

   Jadi himpunan penyelesaiannya: $\{x | 2 < x < 11, x \in R\}$

b. $^2\log (x-3) + {}^2\log (x+3) \geq 4$

Syarat numerus: $x - 3 > 0 \leftrightarrow x > 3$

$x + 3 > 0 \leftrightarrow x > -3$

Syarat persamaan:

$^2\log (x-3) + {}^2\log (x+3) \geq 4 \leftrightarrow {}^2\log (x-3) + {}^2\log (x+3) \geq {}^2\log 2^4$

$^2\log (x-3) + {}^2\log (x+3) \geq {}^2\log 2^4 \leftrightarrow {}^2\log (x-3)(x+3) \geq {}^2\log 16$

$\leftrightarrow (x-3)(x+3) \geq 16$

$\leftrightarrow (x^2 - 9) \geq 16$

$\leftrightarrow x^2 - 9 - 16 \geq 0$

$\leftrightarrow (x^2 - 25) \geq 0$

$\leftrightarrow (x+5)(x-5) \geq 0$

$X \leq -5$ atau $x \geq 5$

Syarat numerus: $x > 3$

Himpunan penyelesaian: $\{x \mid x \geq 5, x \in R\}$

c. $2.\log x \leq \log (2x+5) + 2.\log 2$

Syarat numerus: $x > 0$

$2x + 5 > 0 \leftrightarrow x > -\frac{5}{2}$

Syarat persamaan:

$2.\log x \leq \log (2x+5) + 2.\log 2 \leftrightarrow \log x^2 \leq \log (2x+5) + \log 2^2$

$\leftrightarrow \log x^2 \leq \log 4(2x+5)$

$\leftrightarrow \log x^2 \leq \log (8x+20)$

$\leftrightarrow x^2 \leq (8x+20)$

$\leftrightarrow x^2 - 8x - 20 \leq 0$

$\leftrightarrow (x+2)(x-10) \leq 0$

$\leftrightarrow -2 \leq x \leq 10$

Irisan dengan syarat numerous jadi $0 \leq x \leq 10$

Himpunan penyelesaiannya: $\{x \mid 0 \leq x \leq 10, x \in R\}$

d. $^2\log^2 x + 2.{}^2\log 2x > 2$

Syarat numerous: $x > 0$

Syarat persamaan:

$^2\log^2 x + 2.{}^2\log 2x > 2 \leftrightarrow {}^2\log^2 x + 2.({}^2\log 2 + {}^2\log x) > 2$

$\leftrightarrow {}^2\log^2 x + 2.1 + 2.{}^2\log x - 2 > 0$

$\leftrightarrow {}^{2}\log^2 x + 2.{}^{2}\log x > 0$

Mis. ${}^{2}\log x = p$

$P^2 + 2p > 0 \leftrightarrow p(p + 2) > 0$

$P < -2$ atau $p > 0$

${}^{2}\log x < -2$ atau ${}^{2}\log x > 0$

$x < \frac{1}{4}$ atau $x > 1$

Irisan dengan syarat numerous jadi: $0\ x < \frac{1}{4}$ atau $x > 1$

Jadi himpunan penyelesaiannya: $\{x|0\ x < \frac{1}{4}$ atau $x > 1, x \in R\}$

KUNCI JAWABAN UJI KOMPETENSI.

No.	Kunci	Keterangan
1.	D	$\left(\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{4}{3}}}{y^{\frac{2}{3}}x^2}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(x^{-2+\frac{2}{3}}y^{-\frac{4}{3}-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{3}{4}} = \left(x^{-\frac{4}{3}}y^{-2}\right)^{-\frac{3}{4}} = xy^{\frac{3}{2}} = xy\sqrt{y}$
2.	D	Grafik memotong titik (0, 2) dan (2, 10) $y = a^x$ $2 = a^0 + 1$ $10 = a^2 + 1 \leftrightarrow a^2 = 9 \leftrightarrow a = 3$ Jadi persamaan fungsinya: $y = a^x + 1$
3.	E	$\sqrt{3^{2x+1}} = 9^{x-2}$ $\sqrt{3^{2x+1}} = 3^{2x-4}$ $3^{2x+1} = 3^{4x-8}$ $2x + 1 = 4x - 8$ $2x = 9$ $x = 4\frac{1}{2}$ Jadi, penyelesaian persamaan itu adalah $4\frac{1}{2}$.
4	D	$\sqrt[3]{8^{x-1}} = \sqrt[4]{32^x}$ $\sqrt[3]{2^{3x-3}} = \sqrt[4]{2^{5x}}$ $2^{x-1} = \sqrt[4]{2^{5x}}$ $2^{4x-4} = 2^{5x}$ $4x - 4 = 5x$ $x = -4$

		Jadi, $x = -4$.
5.	D	$3^{2x+1} + 9 - 28.3^x > 0$ $3^{2x}.3^1 - 28.3^x + 9 > 0$ misal : $3^x = p$, maka diperoleh: $\Leftrightarrow 3p^2 - 28p + 9 > 0$ $\Leftrightarrow (3p-1)(p-9) > 0$ $\Leftrightarrow p = \frac{1}{3} \vee p = 9$ $\Leftrightarrow 3^x = 3^{-1} \vee 3^x = 3^2$ $\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$ $\therefore x < -1$ atau $x > 2$
6.	**E**	$^4log\ 0,24 = \frac{^5log\ 0,24}{^5log\ 4} = \frac{^5log\ \frac{6}{25}}{^5log\ 4} = \frac{^5log\ 6 - {}^5log\ 25}{^5log\ 4} = \frac{\frac{1}{a} - 2}{b}$ $= \frac{1-2a}{ab}$
7.	C	$^2log(2x-3) - {}^4log\left(x - \frac{3}{2}\right) = 1$ $^4log(2x-3)^2 - {}^4log\left(x - \frac{3}{2}\right) = 1$ $^4log\frac{(2x-3)^2}{\left(x-\frac{3}{2}\right)} = 1$ $\frac{(2x-3)^2}{\left(x-\frac{3}{2}\right)} = 4$ $4x^2 - 12x + 9 = 4x - 6$ $4x^2 - 16x + 15 = 0$ $(2x-3)(2x-5) = 0$ $x = \frac{3}{2}$ (ditolak) atau $x = \frac{5}{2}$ (diterima) Jadi, nilai *x* yang memenuhi adalah $\frac{5}{2}$.
8.	B	$log\ x^5 - 3\ log\ x + log\frac{1}{x} = 2$ $log\frac{x^5}{x^3} \cdot \frac{1}{x} = 2$ $log\ x = 2$ $x = 100$ Jadi, nilai *x* yang memenuhi persamaan itu adalah 100.

9.	C	$^{\frac{1}{2}}\log(x^2-3) > 0 \leftrightarrow {}^{\frac{1}{2}}\log(x^2-3) > {}^{\frac{1}{2}}\log 1$ $x^2 - 4 < 0$ ($0 < a < 1$, tanda berubah) $(x + 2)(x - 2) < 0$ $-2 < x < 2$ Syarat numerous: $(x^2-3) > 0 \leftrightarrow (x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) > 0$ $x < -\sqrt{3}$ atau $x > \sqrt{3}$ Irisan antara syarat persamaan dengan syarat numerus adalah: $-2 < x < -\sqrt{3}$ atau $\sqrt{3} < x < 2$
10	B	Besar modal setelah ditabung selama t tahun dengan bunga majemuk $i\%$ pertahun adalah: $M_t = M_0(1 + i\%)^t$ Jadi Besar modal tersebut pada akhir tahun ke-5 adalah: $M_t = M_0(1 + 0{,}12)^5 = M_0(1{,}12)^5$
		Skor Maksimum
		Nilai: $\frac{jumlah\ skor}{skor\ maksimum}\ x\ 100$

DAFTAR PUSTAKA

Kemdikbud. 2014. Matematika Kelas X. Jakarta : Puskurbuk.

Kanginan, Marthen. 2013. Matematika Kelas X Peminatan. Bandung. Yrama Widya.

Danuri, Muh. 2006. Pembelajaran Fungsi, Persamaan, Pertidaksamaan Eksponen dan Logaritma. Yogyakarta. PPPPTK Matematika.

Anwar, Cecep. 2008. Matematika Aplikasi Jilid 3. Jakarta. Pusat Perbukuan Depatemen Pendidikan Nasional.

LAMPIRAN (daftar tabel, gambar)

Gambar 1. Peta Materi .....**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 2. Grafik Fungsi Eksponen Perkembangan Covid-19**Error! Bookmark not defined.**

Gambar 3. Grafik Fungsi Eksponen……12

Tabel. 1 Data Hasil Penjualan Baju.....241

Tabel 2. Hasil Nilai Fungsi Nilai fungsi $f(x) = 2^x$ dan g(x) = $(\frac{1}{2})^x$……12

Tabel 5. Penilaian Diri 1……17